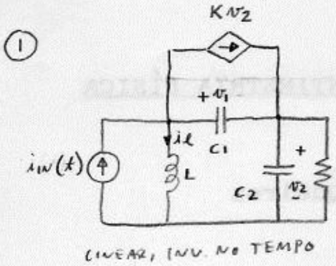
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2ª PROVA - 2º SEMESTRE DE 1990

①



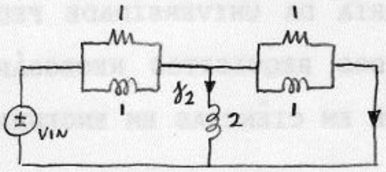
LINEAR, INV. NO TEMPO

a) ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO

b) MOSTRE COMO ACHAR, APROXIMADAMENTE, O ESTADO EM $t = T$, COM T PEQUENO

c) MOSTRE COMO ACHAR, EXATAMENTE, O ESTADO EM $t = T$

②



a) CALCULE AS F.N. DE y_2

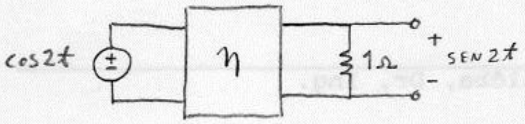
b) CALCULE AS F.N. DA REDE

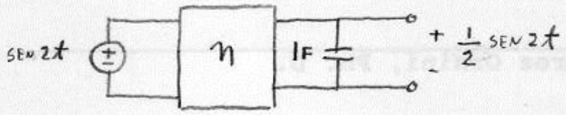
c) CALCULE OS PÓLOS E ZEROS DE I_o/V_{IN}

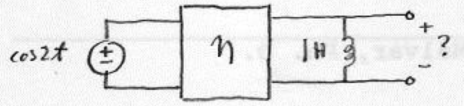
③

SINAIS NO ESTADO PERMANENTE SENOIDAL

η NÃO TEM FONTES INDEPENDENTES

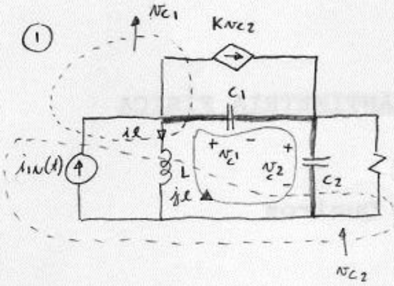






CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1990 - 2ª PROVA - GABARITO

①



a) $sC_1V_{C1} = -KV_{C2} - I_L + I_{IN}(s)$

$sLJ_L = V_{C1} + V_{C2}$

$sC_2V_{C2} = -\frac{V_{C2}}{R} - I_L + I_{IN}(s)$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ j_L \\ v_{C2} \end{bmatrix} = \underset{\overset{\shortparallel}{[A]}}{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{C_1} & -\frac{K}{C_1} \\ \frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} v_{C1} \\ j_L \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \underset{\overset{\shortparallel}{\vec{b}}}{\begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \\ \frac{1}{C_2} \end{bmatrix}} i_{IN}(t)$$

b) $\frac{d\vec{x}}{dt} = [A]\vec{x}(t) + \vec{b}\,w(t)$

$\Delta\vec{x} \approx T[A]\vec{x}(0) + T\vec{b}\,w(0)$

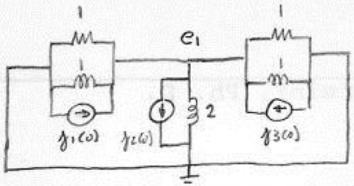
$x(T) \approx (I + [A]T)\vec{x}(0) + T\vec{b}\,w(0)$

c) $s\vec{x}(s) = [A]\vec{x}(s) + \vec{b}\,w(s) + \vec{x}(0)$

$(s[I] - [A])\vec{x}(s) = \vec{b}\,w(s) + \vec{x}(0)$

$\vec{x}(s) = (s[I]-[A])^{-1}\vec{b}\,w(s) + (s[I]-[A])^{-1}\vec{x}(0)$ $\quad\vec{x}(t)$ SAI DA TRANSFORMADA INVERSA

② a)



$\left(2 + \frac{1}{s} + \frac{1}{2s} + \frac{1}{s}\right)E_1(s) = \frac{j_1(0)}{s} - \frac{j_2(0)}{s} + \frac{j_3(0)}{s}$

$E_1(s) = \frac{j_1(0) + j_3(0) - j_2(0)}{2s + 2.5}$

$j_2(s) = \frac{E_1(s)}{2s} + \frac{j_2(0)}{s} = \frac{j_1(0) + j_3(0) - j_2(0) + 2\ j_2(0)}{2s(2s + 2.5)}$

NÃO HÁ CANCELAMENTO SISTEMÁTICO AS F. N. DE j_2 SÃO 0 E -1.25

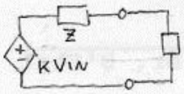
b) A REDE POSSUI 3 F. N., QUE SÃO AS DUAS DE j_2 E MAIS UMA, OBVIAMENTE EM 0

c) PÓLOS: $0, 0, -1.25$

ZEROS: $-1, -1$ PELOS 2 TANQUES RL $\quad$ HÁ UM CANCELAMENTO PÓLO-ZERO EM 0

0 PELO INDUTOR CENTRAL

③ A REDE PODE SER MODELADA PELO EQ. THÉVENIN, SENDO A FONTE CONTROLADA POR VIN (LINEARIDADE)



$Z_L = 1, -\frac{1}{2}j$ E $2j$ $\quad V_{IN} = 1, -j$ E 1

a) $\frac{K.1\ \ 1}{Z+1} = -j$

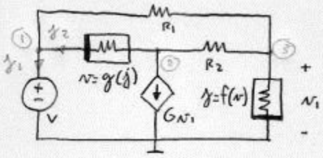
b) $-jK\ \frac{-\frac{1}{2}j}{Z - \frac{1}{2}j} = -\frac{1}{2}j$

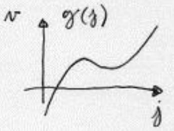
ACHA-SE $K(j\omega)$ E $Z(j\omega)$ $(\omega = 2)$

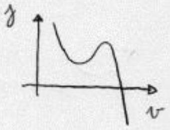
c) $V_o = K.1\ \frac{j2}{Z + j2}$ DÁ A RESPOSTA, NA FORMA DE FASOR.

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1992 - 2ª PROVA - 8/12/92

① MOSTRE COMO CALCULAR O PONTO DE OPERAÇÃO DO CIRCUITO ABAIXO USANDO ANÁLISE NODAL MODIFICADA. É NECESSÁRIO COLOCAR COMO VARIÁVEL A CORRENTE EM ALGUM RESISTOR? PORQUÊ?

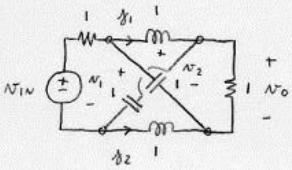






ESTE CIRCUITO TEM CERTAMENTE SOLUÇÃO? A SOLUÇÃO É ÚNICA? SENÃO, QUANTAS SOLUÇÕES PODE TER?

② PARA A REDE ABAIXO:

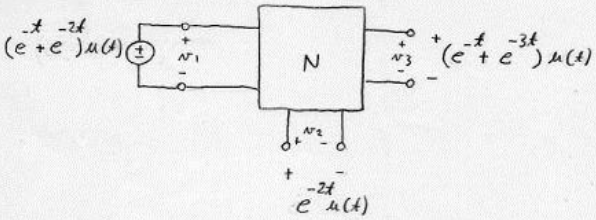


a) ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO

b) ACHE AS F.N. DA REDE

c) ACHE OS PÓLOS E OS ZEROS DE v_0/v_{IN} (s)

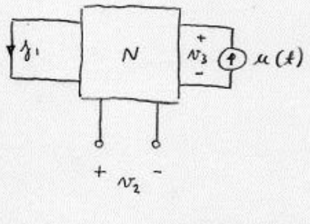
③ O CIRCUITO ABAIXO MOSTRA O RESULTADO DE UMA MEDIDA FEITA EM UMA REDE RLCM, COM C.I. NULAS



a) O QUE PODE SER DITO SOBRE AS F.N. DA REDE?

E SOBRE OS ZEROS DE v_3/v_1 E v_2/v_1?

PARA A MESMA REDE:



b) O QUE É POSSÍVEL CALCULAR? (j_1, v_3, v_2)

c) SE FOR CONHECIDA A IMPEDÂNCIA DE THÉVENIN DA PORTA 3, $Z_3(s) = \frac{s+1}{s}$, O QUE PODE SER CALCULADO?

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1992 - 2ª PROVA 8/12/92 GABARITO

① - O RESISTOR CONTROLADO A CORRENTE TEM QUE TER A CORRENTE COMO VARIÁVEL

- O CIRCUITO TEM SOLUÇÃO, POIS AS NÃO LINEARIDADES TEM SOLUÇÃO P/ TODO v E j
- PODEM EXISTIR ATÉ $3 \times 3 = 9$ SOLUÇÕES, POIS OS RESISTORES NÃO LINEARES PODEM ASSOCIAR 3 VALORES DE v/j A CADA j/v

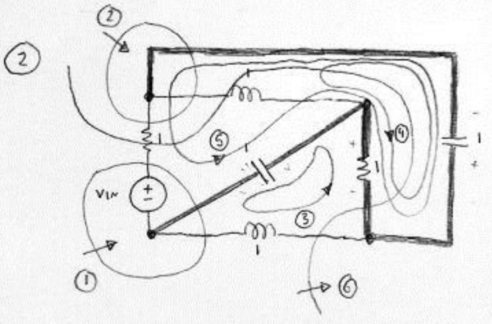
A SOLUÇÃO É POR NEWTON-RAPHSON. O SISTEMA A RESOLVER NA ITERAÇÃO É:

$$\begin{array}{c|ccc|cc|}
 & 1 & 2 & 3 & j_1 & j_2 \\
1 & \frac{1}{R_1} & 0 & -\frac{1}{R_1} & 1 & -1 \\
2 & 0 & \frac{1}{R_2} & G-\frac{1}{R_2} & 0 & 1 \\
3 & -\frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+G_3 & 0 & 0 \\
\hline
j_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
j_2 & 1 & -1 & 0 & 0 & R_4
\end{array}
\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ j_1 \\ j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G \\ 0 \\ -I_3 \\ V \\ -V_4 \end{bmatrix}$$

ONDE

$$G_3 = f'(e_{3ATUAL})$$
$$I_3 = f(e_{3ATUAL}) - G_3 e_{3ATUAL}$$
$$R_4 = g'(j_{4ATUAL})$$
$$V_4 = g(j_{4ATUAL}) - R_4 j_{4ATUAL}$$

②



EQ. DE ESTADO:

CORTE 1: $s v_1 + j_5 - j_3 = 0$

CORTE 2: $s v_2 - j_4 - j_5 = 0$

CICLO 3: $s j_3 - v_6 + v_1 = 0$

CICLO 4: $s j_4 + v_6 + v_2 = 0$

ELIMINAR: j_5, v_6

AUXILIARES:

CICLO 5: $j_5 + v_{IN} - v_1 + v_6 + v_2 = 0$

CORTE 6: $v_6 + j_3 - j_4 - j_5 = 0$

SOMANDO:

$$v_{IN} - v_1 + v_6 + v_2 + v_6 + j_3 - j_4 = 0 \qquad v_6 = \frac{1}{2}\left(-v_{IN} + v_1 - v_2 - j_3 + j_4\right)$$

$$j_5 = -v_{IN} + v_1 - v_2 + \frac{1}{2}\left(v_{IN} - v_1 + v_2 + j_3 - j_4\right)$$

$$j_5 = -\frac{1}{2}v_{IN} + \frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}j_3 - \frac{1}{2}j_4$$

EQUAÇÕES:

$$s v_1 = -j_5 + j_3 = -\frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}j_3 + \frac{1}{2}j_4 + \frac{1}{2}v_{IN}$$

$$s v_2 = j_4 + j_5 = \frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}j_3 + \frac{1}{2}j_4 - \frac{1}{2}v_{IN}$$

$$s j_3 = -v_1 + v_6 = -\frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}v_2 - \frac{1}{2}j_3 + \frac{1}{2}j_4 - \frac{1}{2}v_{IN}$$

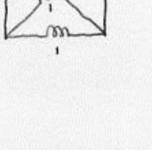
$$s j_4 = -v_2 - v_6 = -\frac{1}{2}v_1 - \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}j_3 - \frac{1}{2}j_4 + \frac{1}{2}v_{IN}$$

$$s\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \\ j_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \\ j_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} v_{IN}$$

$$\det(sI - A) = s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$ AS F.N. SÃO $\pm j$ E -1 DUPLA

É POSSÍVEL ACHAR AS F.N. SEM ISTO:

SEM A FONTE A REDE É:



UMA CORRENTE $A\cos t$ PODE CIRCULAR PELA REDE LC SEM CAUSAR TENSÃO NOS RESISTORES, PORTANTO, 2 F.N. SÃO $\pm j$

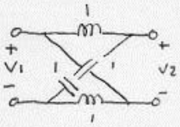
SE AS CONDIÇÕES INICIAIS FOREM SIMÉTRICAS, OS PONTOS CENTRAIS DOS RESISTORES TEM A MESMA TENSÃO, E O CIRCUITO SE REDUZ:

SE AS CORRENTES NOS INDUTORES FOREM NULAS, CONTINUARÃO NULAS, E HÁ AINDA A REDUÇÃO:

AS DUAS F.N. RESTANTES ESTÃO EM $s = -1$

② CONTINUAÇÃO

OS ZEROS SÃO CAUSADOS APENAS PELA REDE LC : SUPONDO NÃO NULA A TENSÃO DEPOIS DO 1º RESISTOR :



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{s}}{s+\frac{1}{s}} - \frac{s}{s+\frac{1}{s}} = \frac{\frac{1}{s}-s}{s+\frac{1}{s}} = -\frac{s^2-1}{s^2+1}$$ HÁ ZEROS EM ± 1

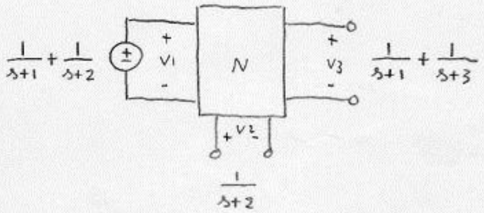
A CARGA NÃO PODE MUDAR O FATO DE V_2 VALER ZERO

HÁ AINDA MAIS DOIS ZEROS EM $\pm j$, POIS NÃO É POSSÍVEL QUE AS F.N. EM $\pm j$ NÃO SEJAM CANCELADAS SOBRE O RESISTOR DA SAÍDA,

ALIÁS, O CÁLCULO ACIMA DEVERIA SER : $\frac{V_2}{V_1} = \frac{\left(\frac{1}{s}-s\right)\left(s+\frac{1}{s}\right)}{\left(s+\frac{1}{s}\right)^2} = -\frac{(s^2-1)(s^2+1)}{(s^2+1)^2}$ E OS 4 ZEROS APARECEM.

ESTA QUESTÃO NÃO ERA TRIVIAL

③ EM LAPLACE :



SOBRE AS F.N. DA REDE :

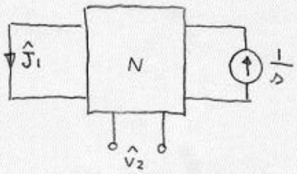
TEM F.N. EM $s=-3$, POIS e^{-3t} NÃO VEM DA ENTRADA

NÃO TEM F.N. EM $s=-2$ E $s=-1$, POIS SENÃO APARECERIAM TERMOS EM te^{-2t} E te^{-t} NAS SAÍDAS (A NÃO SER QUE TAMBÉM EXISTISSEM ZEROS CANCELANDO)

SOBRE OS ZEROS :

$\frac{V_3}{V_1}$ TEM ZERO EM $s=-2$ E NÃO TEM EM $s=-1$ (A NÃO SER QUE HAJA F.N. AÍ)

$\frac{V_2}{V_1}$ TEM ZERO EM $s=-1$ E NÃO TEM EM $s=-2$ (IDEM)



$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{(s+2)(2s+4)}{(s+3)(2s+3)}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{s+1}{2s+3}$$

J_1 SAI POR RECIPROCIDADE :

$$\frac{V_3}{V_1} = -\frac{\hat{J}_1}{1/s} \quad \therefore \quad \hat{J}_1 = \frac{\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+3}}{\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2}}\,\frac{1}{s}$$

SE $Z_3 = \frac{s+1}{s}$, $V_3 = \left(\frac{s+1}{s}\right)\frac{1}{s} = \frac{s+1}{s^2} = \frac{1}{s}+\frac{1}{s^2} = (1+t)u(t)$, NO TEMPO

$\hat{V}_2$ NÃO É CALCULÁVEL

$$\hat{J}_1 = \frac{1}{s}\,\frac{\frac{2s+4}{(s+1)(s+3)}}{\frac{2s+3}{(s+1)(s+2)}} = \frac{1}{s}\,\frac{\cancel{(s+1)}(s+2)(2s+4)}{\cancel{(s+1)}(s+3)(2s+3)} \Rightarrow j_1(t) = \left(A_1 + A_2e^{-3t} + A_3e^{-\frac{3}{2}t}\right)u(t)$$

ESTES RESULTADOS MOSTRAM QUE A REDE POSSUI TAMBÉM F.N. EM 0 ($tu(t)$ NÃO EXISTIA NA ENTRADA $u(t)$)

E $s=-\frac{3}{2}$

$\frac{V_3}{V_1}$ POSSUI TAMBÉM ZERO EM $s=-2$, EXTRA

RESUMO;

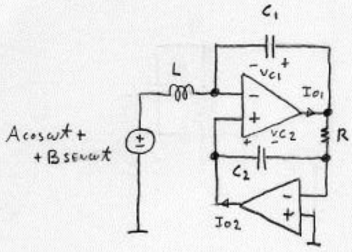
F.N. DA REDE ; -3 , $-\frac{3}{2}$, 0

$\frac{V_2}{V_1}$: PÓLOS ; $-\frac{3}{2}$ ZEROS ; -1

$\frac{V_3}{V_1}$: PÓLOS ; $-3, -\frac{3}{2}$ ZEROS ; $-2, -2$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1993 - 2º PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO:



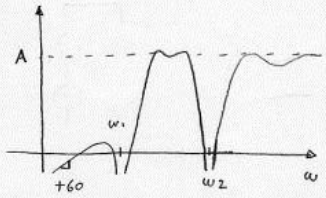
a) ESCREVA UM SISTEMA DE CORTES, QUE CALCULE DIRETAMENTE AS TENSÕES NOS CAPACITORES NO ESTADO PERMANENTE SENOIDAL

* FAÇA COM QUE AS ENTRADAS DOS AMP. OPS. SEJAM RAMOS DA ÁRVORE USADA.

b) ESCREVA UM SISTEMA DE CICLOS, QUE CALCULE DIRETAMENTE AS CORRENTES DE SAÍDA DOS AMP. OPS, NO ESTADO PERMANENTE SENOIDAL.

OS SISTEMAS FINAIS DEVEM SER TÃO COMPACTOS QUANTO POSSÍVEL

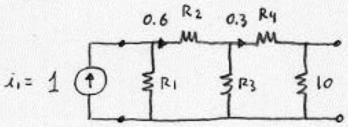
② DETERMINE UMA POSSÍVEL ESTRUTURA PARA UM FILTRO QUE REALIZE O MÓDULO DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ABAIXO:



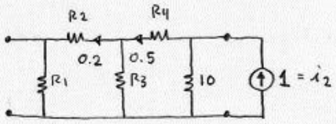
IDENTIFIQUE:

- ORDEM DE COMPLEXIDADE DA REDE
- QUANTOS COMPONENTES SÃO NECESSÁRIOS
- CONSTELAÇÃO DE PÓLOS E ZEROS
- QUE ELEMENTOS FORMAM OS ZEROS
- QUAL O VALOR DE A NA SUA ESTRUTURA

③ NO CIRCUITO ABAIXO, SÃO FEITAS AS MEDIDAS:



OS RESISTORES SÃO LIT

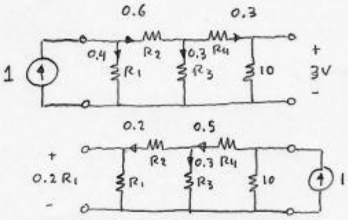


ACHE R_1, R_2, R_3 E R_4 APLICANDO RECIPROCIDADE E SUPERPOSIÇÃO

OBS: R_3 PODE SER ELIMINADO COM UMA EXCITAÇÃO $i_1 + K i_2$ QUE ZERE A CORRENTE NELE

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1993 - 2ª PROVA - GABARITO

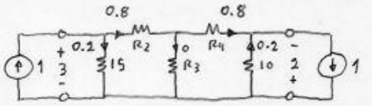
③



RECIPROCIDADE:

$$\frac{3}{1}=\frac{0.2R_1}{1}\ \therefore\ R_1=\frac{3}{0.2}=15\,\Omega$$

POR SUPERPOSIÇÃO, APLICAR $i_1=1$ E $i_2=-1$ FAZ $i_{R3}=0$



$$R_2=\frac{3}{0.8}=3.75\,\Omega\qquad R_4=\frac{2}{0.8}=2.5\,\Omega$$

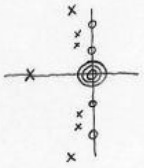
PELO 1º CIRCUITO, $v_{R3}=0.4R_1-0.6R_2=0.4\times15-0.6\times3.75=6-2.25=3.75\,V$

$$R_3=\frac{v_{R3}}{i_{R3}}=\frac{3.75}{0.3}=12.5\,\Omega$$

CONFERIDO PELO 2º CIRCUITO: $v_{R3}=0.2(R_1+R_2)=0.2\times18.75=3.75\,V\ \therefore\ R_3=\frac{3.75}{0.3}=12.5\,\Omega$

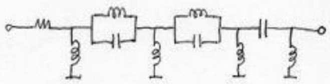
② SÃO NECESSÁRIOS 7 PÓLOS

SÃO 3 ZEROS EM 0 E DOIS PARES EM $j\omega$. COERENTE COM OS 7 PÓLOS JÁ QUE O GANHO NO ∞ É CONSTANTE



NECESSÁRIOS 10 ELEMENTOS PARA PERMITIR POSICIONAR TODOS OS PÓLOS E ZEROS.

POSSÍVEL ESTRUTURA:

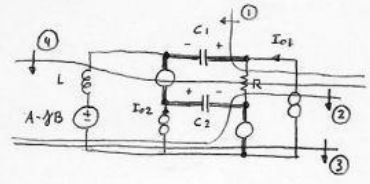


OS ZEROS EM $j\omega$ SÃO FEITOS PELOS TANQUES LC

OS ZEROS EM 0 SÃO FEITOS PELO 1º CIRCUITO INDUTIVO, PELO ÚLTIMO CAPACITOR E PELO ÚLTIMO INDUTOR

A ORDEM DE COMPLEXIDADE É 9, EXISTEM 2 F.N. EM 0 CAUSADAS PELOS CICLOS INDUTIVOS, QUE APARECEM COMO PÓLOS CANCELADOS EM 0 NA TRANSFERÊNCIA

① MODELANDO COM NULLATOR-NORATOR:



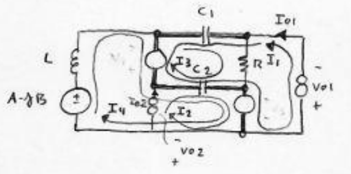
CORTES: IGNORANDO OS AMP. OPS:

EQ.1 ← EQ.1 − EQ.4

$$\begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array}\begin{bmatrix} j\omega C_1+G & -G & 0 & -G\\ -G & j\omega C_2+G+\frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{j\omega L} & -G-\frac{1}{j\omega L}\\ 0 & -\frac{1}{j\omega L} & \frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{j\omega L}\\ -G & -G-\frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{j\omega L} & \frac{1}{j\omega L}+G \end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\V_2\\V_3\\V_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ \frac{A-jB}{j\omega L}\\ \frac{A-jB}{j\omega L}\\ \frac{A-jB}{j\omega L}\end{bmatrix}\begin{array}{l}+I_{o1}\\ +I_{o1}\quad +I_{o2}\\ +I_{o1}\quad +I_{o2}\\ +I_{o1}\end{array}$$

$\uparrow$ SAI $\uparrow$ SAI

RESTRIÇÕES: $V_3=0$ $V_4=0$, ELIMINAR I_{o1} E I_{o2}



$$\begin{array}{c}1\\2\\3\\4\end{array}\begin{bmatrix} \frac{1}{j\omega C_1}+\frac{1}{j\omega C_2} & \frac{1}{j\omega C_2} & -\frac{1}{j\omega C_1}-\frac{1}{j\omega C_2} & \frac{1}{j\omega C_2}\\ \frac{1}{j\omega C_2} & \frac{1}{j\omega C_2} & -\frac{1}{j\omega C_2} & +\frac{1}{j\omega C_2}\\ -\frac{1}{j\omega C_1}-\frac{1}{j\omega C_2} & -\frac{1}{j\omega C_2} & \frac{1}{j\omega C_1}+\frac{1}{j\omega C_2}+R & -\frac{1}{j\omega C_2}\\ \frac{1}{j\omega C_2} & +\frac{1}{j\omega C_2} & -\frac{1}{j\omega C_2} & \frac{1}{j\omega C_2}+j\omega L \end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_1\\I_2\\I_3\\I_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\A-jB\end{bmatrix}\begin{array}{l}-V_{o1}\xrightarrow{SAI}\\ -V_{o2}\xrightarrow{SAI}\\ \\ \end{array}$$

RESTRIÇÕES:

$I_1-I_3+I_4=0\ \therefore\ I_3=I_1+I_4=-I_2$

$I_1+I_2+I_4=0\ \therefore\ I_4=-I_1-I_2$

ELIMINAR V_3 E V_4

V_{o1} E V_{o2} SATISFAZEM AS EQS 1 E 2, QUE SÃO DESNECESSÁRIAS

$-$ ← SIGNIFICA: COLUNA 1 ← COLUNA 1 − COLUNA 4

A APLICAÇÃO DAS RESTRIÇÕES DOS AMP. OPS, IDEAIS A CICLOS E CORTES NÃO É TÃO SIMPLES QUANTO A NÓS OU MALHAS, MAS A IDÉIA É A MESMA. UMA GRANDE SIMPLIFICAÇÃO É POSSÍVEL:

PARA CORTES, É CONVENIENTE COLOCAR NULLATORS E NORATORS NA ÁRVORE, ASSIM APENAS SÃO ELIMINADAS AS COLUNAS DOS NULLATORS E AS EQUAÇÕES DOS NORATORS

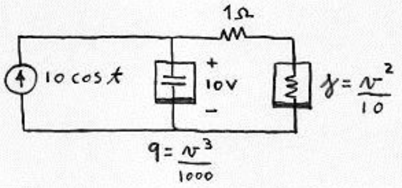
PARA CICLOS, É CONVENIENTE COLOCAR NULLATORS E NORATORS COMO ELOS, E O MESMO ACONTECE.

ISTO NÃO FOI FEITO ACIMA, DEVIDO ÀS RESTRIÇÕES SOBRE AS VARIÁVEIS, MAS ERA POSSÍVEL.

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 1999 - 2ª PROVA - 1/7/99

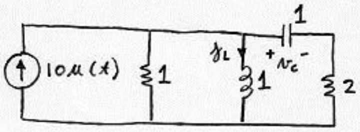
① ESCREVA O PRIMEIRO SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES NECESSÁRIO PARA O CÁLCULO DA APROXIMAÇÃO DA SOLUÇÃO DO CIRCUITO ABAIXO 0.1 SEGUNDOS APÓS O INSTANTE MOSTRADO, USANDO ANÁLISE NODAL E A APROXIMAÇÃO "BACKWARD" DE EULER PARA INTEGRAÇÃO.

$t=0$:

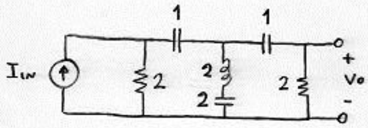


EXPLIQUE O QUE O SISTEMA CALCULA

② ESCREVA PARA O CIRCUITO ABAIXO UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO, TAL QUE A SOLUÇÃO NO TEMPO POSSA SER CALCULADA POR $\vec{x}(t) = \vec{x}(0)\, e^{[A]t}$, APENAS.



③ PARA O CIRCUITO ABAIXO:



- QUAL A ORDEM DE COMPLEXIDADE?
- QUANTAS F.N. EXISTEM, E ONDE PODEM ESTAR?
- QUANTOS PÓLOS OBSERVÁVEIS TEM $V_o/I_{IN}(s)$?
- QUAIS OS ZEROS OBSERVÁVEIS DE $V_o/I_{IN}(s)$?

- USANDO SIMETRIA, CALCULE AS F.N. DA REDE.
- QUAIS APARECEM NA TENSÃO SOBRE O INDUTOR?
- PLOTE APROXIMADAMENTE $|V_o/I_{IN}(j\omega)|$, BASEADO NOS PÓLOS E ZEROS.

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 1999 - 2ª PROVA - GABARITO

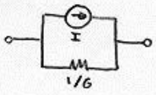
① MODELAMENTO DO CAPACITOR NÃO LINEAR POR B.E.:

$$q = \frac{v^3}{1000}$$

$$q(t_0+\Delta t) = q(t_0) + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} i(t)\,dt \rightarrow \frac{v(t_0+\Delta t)^3}{1000} \simeq \frac{v(t_0)^3}{1000} + \Delta t\, i(t_0+\Delta t)$$

$$i(t_0+\Delta t) \approx \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{v(t_0+\Delta t)^3}{1000} - \frac{v(t_0)^3}{1000}\right)$$, UM RESISTOR NÃO LINEAR $i = f(v)$

A LINEARIZAÇÃO PARA O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON RESULTA EM:

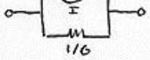


$$G = \frac{3}{\Delta t}\,\frac{v_a(t_0+\Delta t)^2}{1000} = \frac{3}{0.1}\,\frac{10^2}{1000} = 3\mho$$ POIS A 1ª APROXIMAÇÃO PARA $v(t_0+\Delta t) = 10V$

$$I = \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{v_a(t_0+\Delta t)^3}{1000} - \frac{v(t_0)}{1000}\right) - G\,v_a(t_0+\Delta t) = 0 - 3\times 10 = -30\text{ A}$$

MODELAMENTO DO RESISTOR NÃO LINEAR: $i = \frac{v^2}{10}$

A LINEARIZAÇÃO PARA O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON RESULTA EM:



$G = \frac{2v_a}{10}$. USANDO $v_a = 0$, DÁ $G = 0$

$$I = \frac{v_a^2}{10} - G v_a \quad \text{com } v_a = 0 \text{, dá } I = 0$$
$$= -\frac{v_a^2}{10}$$

PODIA TER SIDO USADA OUTRA APROXIMAÇÃO INICIAL, POR EXEMPLO A OBTIDA DA SOLUÇÃO DO CIRCUITO COM O CAPACITOR SUBSTITUIDO POR UMA FONTE DE 10V. O QUE DARIA:

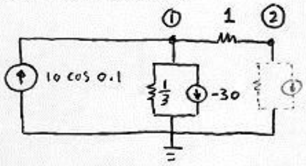
$$\frac{v_a^2}{10} = 10 - v_a \quad \therefore\ v_a^2 + 10v_a - 100 = 0$$

$$v_a = \frac{-10 \pm \sqrt{100+400}}{2} = \frac{-10 \pm 10\sqrt{5}}{2} = -5 \pm 5\sqrt{5}\text{ V}$$

PROVAVELMENTE A POSITIVA FAZ MAIS SENTIDO

DARIA $G = -1+\sqrt{5}$ E $I = \frac{(-5+5\sqrt{5})^2}{10} - (-1+\sqrt{5})(-5+5\sqrt{5})$

O MODELO ENTÃO É:

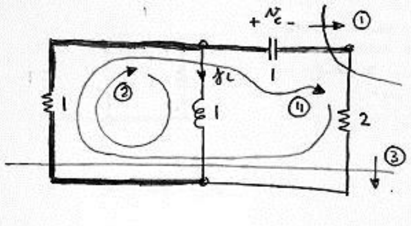


TUDO 0, COM A APROX. INICIAL USADA

O SISTEMA FICA:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1a}(t_0+0.1) \\ e_{2a}(t_0+0.1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\cos 0.1 - 30 \\ 0 \end{bmatrix}$$

② A FONTE DE ENTRADA ESTÁ EM // COM A C.I. DO INDUTOR. BASTA FAZER $i_L(0)' = i_L(0) - 10$ E IGNORAR A FONTE



CORTE ① $sV_1 - J_4 = 0 \quad \therefore\ \dot{v}_1 = i_4$

CICLO ② $sJ_2 - V_3 = 0 \quad \therefore\ \dot{i}_2 = v_3$

CORTE ③ $\frac{V_3}{1} + J_2 + J_4 = 0 \quad \therefore\ J_4 = -V_3 - J_2$

CICLO ④ $2J_4 - V_3 + V_1 = 0 \quad \therefore\ -2V_3 - 2J_2 - V_3 + V_1 = 0$

$3V_3 = V_1 - 2J_2 \quad \therefore\ V_3 = \frac{V_1 - 2J_2}{3} \quad \therefore\ J_4 = -\frac{V_1}{3} + \frac{2J_2}{3} - J_2$

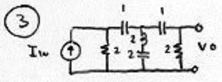
$J_4 = -\frac{V_1}{3} - \frac{J_2}{3}$

C/ ENTRADA: $v = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \end{bmatrix} 10$

EQ. DE ESTADO:

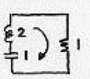
$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{i}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \qquad \text{C.I.} = \begin{bmatrix} v_c(0) \\ i_L(0) - 10 \end{bmatrix}$$

③



- COMPLEXIDADE: 4
- F.N.: 3 NO SPLE, 1 EM 0
- PÓLOS OBSERVÁVEIS: 3 NO SPLE
- ZEROS OBSERVÁVEIS: 1 EM 0, 2 EM $\pm\frac{j}{2}$

POR SIMETRIA:



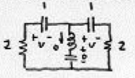
$2s + \frac{1}{s} + 1 = 0$

$2s^2 + s + 1 = 0$

$$s = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{4} = -\frac{1}{4} \pm j\frac{\sqrt{7}}{4}$$

- AS F.N. SÃO $0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4} \pm j\frac{\sqrt{7}}{4}$
- O INDUTOR "VÊ" APENAS $s = -\frac{1}{4} \pm j\frac{\sqrt{7}}{4}$

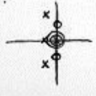
USANDO AS C.I.

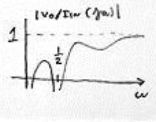


$s = -\frac{1}{2}$

O TANQUE NÃO APARECE E EQUIVALE A UM ABERTO

PÓLOS E ZEROS:

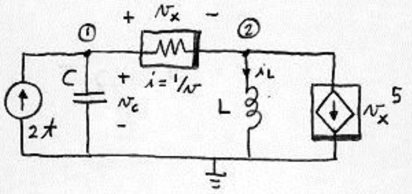




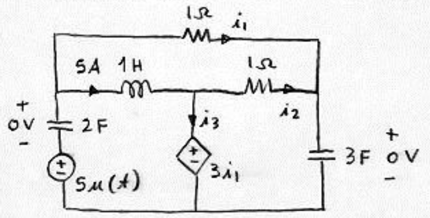
CIRCUITOS ELÉTRICOS II 2ª PROVA 2º SEM. 1995 7/12/95

① MOSTRE COMO OBTER A RESPOSTA TRANSIENTE NO CIRCUITO ABAIXO, USANDO O MÉTODO "BACKWARD" DE EULER COM PASSO FIXO, E O MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON. DESENHE OS CIRCUITOS TRANSFORMADOS NECESSÁRIOS E ESCREVA O SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE RESULTA, EM FORMA MATRICIAL.

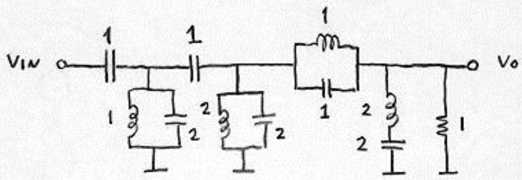
USE ANÁLISE NODAL.



② ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES EM TRANSFORMADA DE LAPLACE PARA O CIRCUITO ABAIXO, QUE CALCULE DIRETAMENTE i_1, i_2 E i_3.



③ PARA O CIRCUITO ABAIXO, DETERMINE:



a) ORDEM DE COMPLEXIDADE

b) LOCALIZAÇÃO DOS PÓLOS E ZEROS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$, O QUE FOR POSSÍVEL SEM ANÁLISE.

c) UMA POSSÍVEL FORMA DE $\left|\frac{V_O}{V_{IN}}(j\omega)\right|$, CONSIDERANDO O ITEM ANTERIOR.

d) CONSIDERANDO APENAS A ESTRUTURA, ESTE CIRCUITO PODERIA TER FREQUÊNCIAS NATURAIS NO EIXO IMAGINÁRIO? COMO?

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1995 - 2ª PROVA - GABARITO

① O ALGORITMO É:

a) DISCRETIZAR AS INTEGRAÇÕES, TRANSFORMANDO O CIRCUITO EM CIRCUITO RESISTIVO

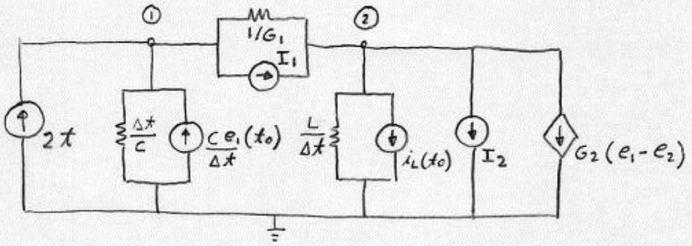
b) RESOLVER O CIRCUITO PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON, QUE É:

b.1) SUBSTITUIR OS ELEMENTOS NÃO LINEARES POR VERSÕES LINEARIZADAS NA APROXIMAÇÃO ATUAL DO PONTO DE OPERAÇÃO. A APROXIMAÇÃO INICIAL DO P.O. É A SOLUÇÃO DO PASSO ANTERIOR, E A PRIMEIRA APROXIMAÇÃO É DADA PELA SOLUÇÃO DO CIRCUITO EM $t=0$.

b.2) RESOLVER O CIRCUITO LINEAR OBTIDO PELA ANÁLISE NODAL.

b.3) SE A SOLUÇÃO ENCONTRADA FOR ≈ APROXIMAÇÃO ATUAL, ACEITÁ-LA COMO SOLUÇÃO PARA O PASSO, AVANÇAR O TEMPO DE Δt, E VOLTAR A (a), SE O TEMPO NÃO CHEGOU AO FIM. SENÃO, FAZER APROXIMAÇÃO ATUAL = SOLUÇÃO ENCONTRADA E VOLTAR A (b.1)

O MODELO COM AS INTEGRAÇÕES DISCRETIZADAS E OS ELEMENTOS LINEARIZADOS É:



$$G_1 = -\frac{1}{(e_{1a}-e_{2a})^2}$$

$$I_1 = \frac{1}{(e_{1a}-e_{2a})} - G_1(e_{1a}-e_{2a})$$

$$G_2 = 5(e_{1a}-e_{2a})^4$$

$$I_2 = (e_{1a}-e_{2a})^5 - G_2(e_{1a}-e_{2a})$$

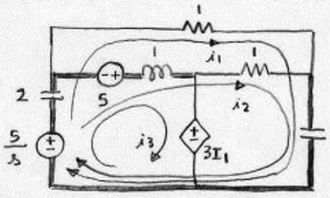
ONDE t_0 É O TEMPO DO PASSO ANTERIOR, $t=t_0+\Delta t$ É O TEMPO ATUAL, E e_{1a}, e_{2a} SÃO AS APROXIMAÇÕES ATUAIS DA SOLUÇÃO EM t.

É NECESSÁRIO CALCULAR $i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{L}{\Delta t} e_2(t)$ PARA USAR COMO $i_L(t_0)$ NO PASSO SEGUINTE

O SISTEMA NODAL É:

$$\begin{bmatrix} \frac{C}{\Delta t} + G_1 & -G_1 \\ -G_1+G_2 & \frac{\Delta t}{L} + G_1 - G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1\,novo}(t) \\ e_{2\,novo}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2t + \frac{C e_1(t_0)}{\Delta t} - I_1 \\ I_1 - i_L(t_0) - I_2 \end{bmatrix} - \cancel{G_2(e_1-e_2)}$$

② BASTA ESCREVER UM SISTEMA DE CICLOS DEIXANDO i_1, i_2 E i_3 NOS ELOS DA ÁRVORE



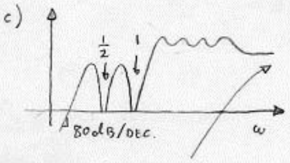
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2s}+1+\frac{1}{3s} & \frac{1}{2s}+\frac{1}{3s} & \frac{1}{2s} \\ \frac{1}{2s}+\frac{1}{3s} & \frac{1}{2s}+s+1+\frac{1}{3s} & \frac{1}{2s}+s \\ \frac{1}{2s}+3 & \frac{1}{2s}+s & \frac{1}{2s}+s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \\ i_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{s} \\ \frac{5}{s}+5 \\ \frac{5}{s}+5 \end{bmatrix} - 3\cancel{i_1}(s)$$

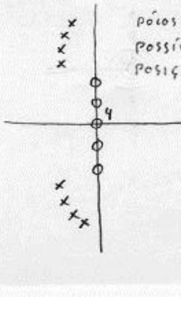
③ a) ORDEM DE COMPLEXIDADE: 10_{REATIVOS} - 2 CICLOS C/ FONTE E CAPACITORES = 8

b) PÓLOS: 10: 2 "NO ∞" E 8 NO SPLE, QUE SÃO OS EFETIVOS, NÃO CANCELADOS (PROVAVELMENTE)

ZEROS: 4 EM 0, 2 NO ∞ (CANCELANDO OS PÓLOS), 2 EM $\pm j$, 2 EM $\pm \frac{1}{2} j$

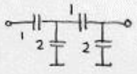
c)





PÓLOS E ZEROS, POSSÍVEL POSIÇÃO

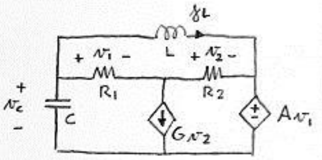
VALOR FINAL DADO PELO DIVISOR:



d) OS TANQUES LC QUE FAZEM OS ZEROS ISOLAM O RESISTOR DA REDE DA ESQUERDA, QUE É DE 4ª ORDEM LC. ELA PODERIA TER F.N. EM $\pm j$ E $\pm \frac{1}{2} j$, QUE NÃO SERIAM INFLUENCIADAS PELO RESISTOR.

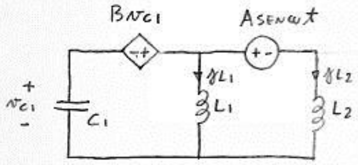
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1998 - 2ª PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO, ESCREVA SISTEMAS DE CICLOS E DE CORTES, TÃO PEQUENOS QUANTO POSSÍVEL, PARA ANÁLISE EM TRANSFORMADA DE LAPLACE, COM CONDIÇÕES INICIAIS.



② PARA O MESMO CIRCUITO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO.

③ MOSTRE COMO ACHAR A SOLUÇÃO NO TEMPO PARA O CIRCUITO ABAIXO, USANDO O MÉTODO DE MALHAS E INTEGRAÇÕES POR TRAPÉZIOS, ESCREVENDO O SISTEMA QUE CALCULA A SOLUÇÃO EM $t = t_0+\Delta t$, CONHECIDA A SOLUÇÃO EM $t=t_0$

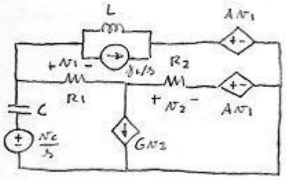


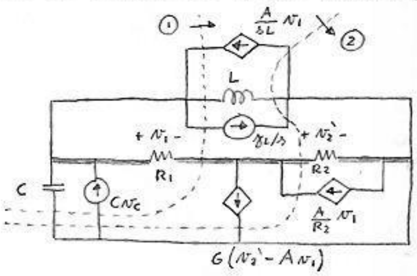
* ATENÇÃO COM A FONTE CONTROLADA

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 1998 - 2ª PROVA - GABARITO

①

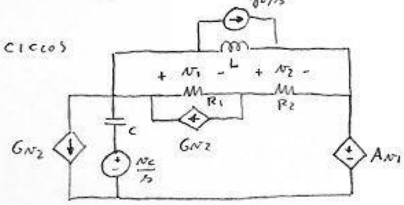
CORTES

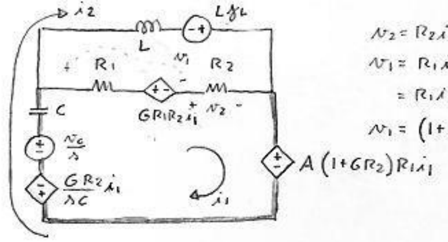




$$\begin{bmatrix} sC+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{sL}-\frac{A}{sL} & +sC+\frac{1}{sL} \\ +sC+\frac{1}{sL}-AG-\frac{A}{R_2}+\frac{A}{sL} & sC+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL}+G \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} +Cv_C-\frac{i_L}{s} \\ +Cv_C-\frac{i_L}{s} \end{bmatrix}\begin{matrix} +\frac{A}{sL}v_1 \\ -Gv_2'+GAv_1+\frac{A}{R_2}v_1-\frac{A}{sL}v_1 \end{matrix}$$

CICLOS





$v_2 = R_2 i_1$

$v_1 = R_1 i_1 + G v_2 R_1$

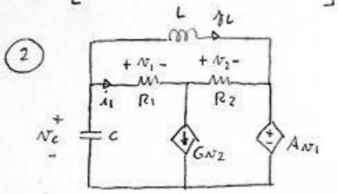
$= R_1 i_1 + G R_1 R_2 i_1$

$v_1 = (1+GR_2)R_1 i_1$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{sC}+R_1+R_2 & +\frac{1}{sC} \\ +\frac{1}{sC} & \frac{1}{sC}+sL \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{v_C}{s} \\ \frac{v_C}{s}+Li_L \end{bmatrix}\begin{matrix} -\frac{GR_2}{sC}i_1-A(1+GR_2)R_1i_1-GR_1R_2i_1 \\ -\frac{GR_2}{sC}i_1-A(1+GR_2)R_1i_1 \end{matrix}$$

(PASSAR P/ DENTRO)

②

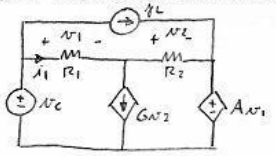


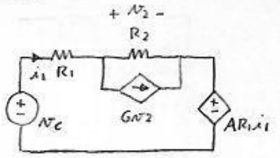
$sCv_C = -i_L - i_1$

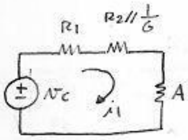
$sLi_L = v_C - Av_1$

$= v_C - AR_1i_1$

POR SUBSTITUIÇÃO:
BASTA RESOLVER O CIRCUITO PARA i_1







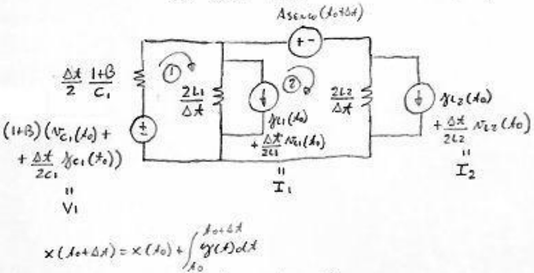
$$i_1=\frac{v_C}{R_1(1+A)+R_2//\frac{1}{G}}=v_C\frac{R_2+\frac{1}{G}}{R_1(1+A)(R_2+\frac{1}{G})+\frac{R_2}{G}}=v_C\frac{1+GR_2}{R_1(1+A)(1+GR_2)+R_2}$$

NOTAR QUE i_L DESAPARECE
QUANDO DESLOCADA EM //
COM AS FONTES DE TENSÃO
E A OUTRA FONTE Gv_2 TAMBÉM

EQ. DE ESTADO:

$$\begin{cases} sv_C=\frac{1}{C}\left(-i_L-\frac{v_C}{R_1(1+A)+R_2//\frac{1}{G}}\right) \\ si_L=\frac{1}{L}\left(1-\frac{AR_1}{R_1(1+A)+R_2//\frac{1}{G}}\right)v_C \end{cases}$$

③ A FONTE βv_{C1} SE COMBINA COM O CAPACITOR C_1, AUMENTANDO SUA TENSÃO PARA $v_{C1}(1+B)$
ISTO EQUIVALE A DIVIDIR C POR 1+B E MULTIPLICAR $v_{C1}(t_0)$ POR 1+B



$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{2}\frac{1+B}{C_1}+\frac{2L_1}{\Delta t} & -\frac{2L_1}{\Delta t} \\ -\frac{2L_1}{\Delta t} & \frac{2L_1}{\Delta t}+\frac{2L_2}{\Delta t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1(t_0+\Delta t) \\ i_2(t_0+\Delta t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} V_1+\frac{2L_1}{\Delta t}I_1 \\ -\frac{2L_1}{\Delta t}I_1-A\,\text{sen}\,\omega(t_0+\Delta t)+\frac{2L_2}{\Delta t}I_2 \end{bmatrix}$$

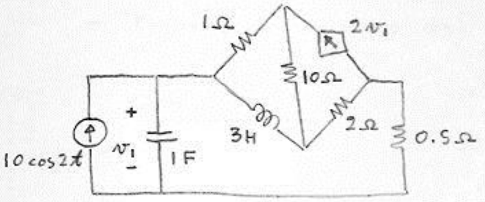
$x(t_0+\Delta t)=x(t_0)+\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}y(t)\,dt$

$x(t_0+\Delta t)=x(t_0)+\frac{\Delta t}{2}\left(y(t_0+\Delta t)+y(t_0)\right)$

Corrigida em 15/6/2012

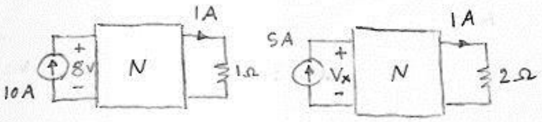
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2000 - 2ª PROVA

① PARA A REDE ABAIXO:



ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES, PARA ANÁLISE NO ESTADO PERMANENTE SENOIDAL, QUE TENHA COMO INCÓGNITAS AS TENSÕES SOBRE OS 4 RESISTORES

② DETERMINE OS PARÂMETROS Z DA REDE ABAIXO, A PARTIR DAS MEDIDAS MOSTRADAS. N É UMA REDE LINEAR SEM FONTES INDEPENDENTES



É POSSÍVEL ACHAR OS 4 PARÂMETROS E V_x?

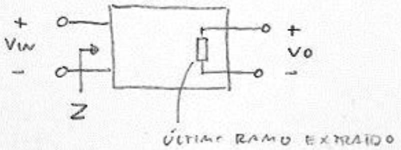
E SE A REDE FOR RECÍPROCA?

③ REALIZE A IMPEDÂNCIA:

$$Z(s) = \frac{5(s+2)(s+10)}{s(s+4)}$$

COM DUAS ESTRUTURAS DIFERENTES

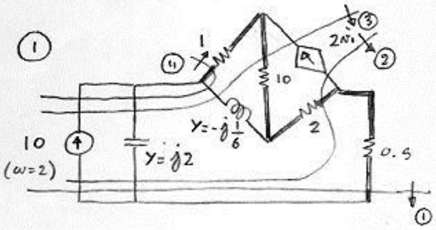
SE ESTA IMPEDÂNCIA FOR CONSTRUÍDA NA 1ª FORMA DE CAUER E LIGADA NA FORMA:



QUANTO VALE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$?

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2000 - 2ª PROVA - GABARITO

①



$v_1' = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

UM SISTEMA DE CORTES SATISFAZ

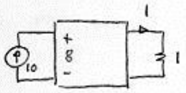
$$\begin{bmatrix} 2+j2 & +j2 & +j2 & +j2 \\ +j2 & \frac{1}{2}+j2 & +j2 & +j2 \\ +j2 & +j2 & 0.1+j2-j\frac{1}{6} & +j2-j\frac{1}{6} \\ +j2 & +j2 & +j2-j\frac{1}{6} & 1+j2-j\frac{1}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \ +2(v_1+v_2+v_3+v_4) \\ 10 \ +2(v_1+v_2+v_3+v_4) \\ 10 \end{bmatrix}$$

$2-\frac{1}{6} = \frac{12-1}{6} = \frac{11}{6}$

ARRUMADO:

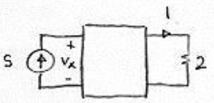
$$\begin{bmatrix} 2+j2 & j2 & j2 & j2 \\ -2+j2 & -1.5+j2 & -2+j2 & -2+j2 \\ -2+j2 & -2+j2 & -1.9+j\frac{11}{6} & -2+j\frac{11}{6} \\ j2 & j2 & j\frac{11}{6} & 1+j\frac{11}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

②



$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2$

$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2$



SE A REDE NÃO FOR RECÍPROCA, TEM-SE 4 INCÓGNITAS E APENAS 3 EQUAÇÕES

DÁ PARA ACHAR Z_{21} E Z_{22} APENAS

$8 = 10Z_{11} - 1Z_{12}$

$1 = 10Z_{21} - 1Z_{22}$

$V_x = 5Z_{11} - Z_{12}$

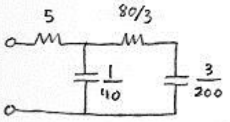
$2 = 5Z_{12} - Z_{22}$

$$\begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{21} \\ Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$Z_{21} = \frac{1}{-10+5} = -\frac{1}{5}$ $\qquad Z_{22} = \frac{15}{-5} = -3$

SE A REDE FOR RECÍPROCA, $Z_{12} = Z_{21} = -\frac{1}{5}$, E $Z_{11} = \frac{8+Z_{12}}{10} = \frac{8-\frac{1}{5}}{10} = \frac{39}{50}$ $\therefore V_x = 5 \times \frac{39}{50} + \frac{1}{5} = \frac{39}{10} + \frac{2}{10} = \frac{41}{10}$

③ $Z(s) = \dfrac{5(s^2+12s+20)}{s^2+4s}$ É UMA IMPEDÂNCIA RC, REALIZANDO EM CAUER 1:

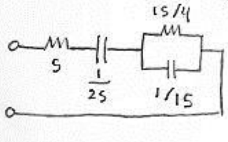


$C(0) = \frac{1}{40} + \frac{3}{200} = \frac{8}{200} = \frac{4}{100}$, OK

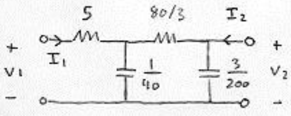
$R(\infty) = 5$, OK

$$\begin{array}{l} 5s^2+60s+100 \ \big|\ s^2+4s \\ -5s^2-20s \qquad\quad 5 \\ s^2+4s \ \big|\ 40s+100 \\ -s^2-2.5s \qquad \frac{1}{40}s \\ 40s+100 \ \big|\ \frac{3}{2}s \\ -40s \qquad \frac{80}{3} \\ \frac{3}{2}s \ \big|\ 100 \\ -\frac{3}{2}s \qquad \frac{3}{200}s \\ 0 \end{array}$$

FOSTER 1: $Z(s) = 5 + \dfrac{\frac{100}{4}}{s} + \dfrac{\frac{5(16-48+20)}{-4}}{s+4}$ $\quad \frac{5(16-48+20)}{-4} = 15$



T(s) PARA A REDE:



$Z_{11}I_1 + Z_{1\cancel{2}}I_2 = V_1$

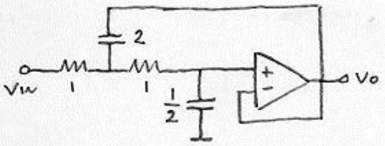
$Z_{12}I_1 + Z_{2\cancel{2}}I_2 = V_2$

$\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{Z_{12}}{Z_{11}} = \dfrac{N_{12}}{N_{11}} = \dfrac{100}{5s^2+60s+100} = \dfrac{20}{s^2+12s+20}$ POIS $T(0)=1$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2001 - 2ª PROVA 4/7/2001

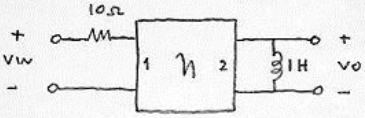
36 ALUNOS

① PARA O CIRCUITO ABAIXO, DETERMINE AS FREQUÊNCIAS NATURAIS DA REDE E OS PÓLOS E ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$

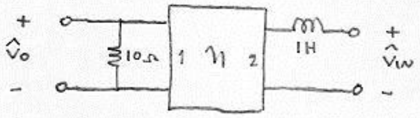


VERIFIQUE SE A RESPOSTA É CONSISTENTE COM O COMPORTAMENTO DO CIRCUITO EM $s=0$ E $s=\infty$

② A REDE ABAIXO REALIZA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\frac{V_o}{V_{IN}} = T(s)$



QUANTO VALE $\frac{\hat{V}_o}{\hat{V}_{IN}}(s)$ SE A REDE FOR LIGADA NA FORMA:



η É RLCM

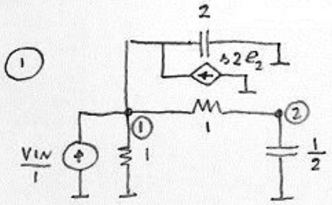
③ DADA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA : $\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{s^3+4s}{s^3+2s^2+6s+10}$

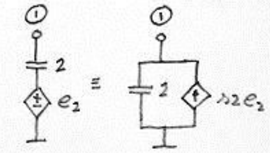
a) DESENHE UMA ESTRUTURA LC COM UM RESISTOR EM SÉRIE COM A TENSÃO DE ENTRADA, DE 1Ω, QUE POSSA REALIZÁ-LA. VERIFIQUE COM CUIDADO SE OS ZEROS ESTÃO CORRETOS

b) PROJETE A REDE

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2001 - 2ª PROVA - GABARITO

①





O AMP.OP. FAZ UMA VCVS
COM Av=1

$$\begin{bmatrix} 1+1+2s & -1-2s \\ -1 & 1+\frac{1}{2}s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{IN} + 2\cancel{s}e_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

OU:

$$\begin{bmatrix} 2s+2 & -2s-1 \\ -1 & \frac{1}{2}s+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{IN} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{e_2}{V_{IN}} = \frac{1}{s^2+\cancel{2s}+s+2-\cancel{2s}-1} = \frac{1}{s^2+s+1}$$

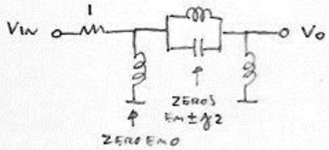
FREQUÊNCIAS NATURAIS DA REDE: $s = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ = PÓLOS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}$

ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}$ = 2 NO ∞

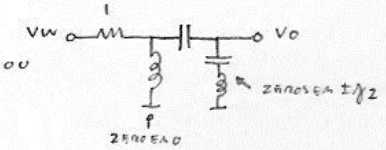
PARA $s=0$, $V_o = V_{IN}$. PARA $s \to \infty$, $V_o = 0$. CONSISTENTE COM $\frac{V_o}{V_{IN}}$ ACHADO

② POR RECIPROCIDADE: $\frac{j_L}{V_{IN}} = \frac{\hat{j}_R}{\hat{V}_{IN}} \therefore \frac{\frac{V_o}{s}}{V_{IN}} = \frac{\frac{\hat{V}_o}{10}}{\hat{V}_{IN}} \therefore \frac{\hat{V}_o}{\hat{V}_{IN}} = \frac{10}{s}T(s)$

③ a) É UM FILTRO PASSA-ALTAS DE 3ª ORDEM



OU



AS REDES SÃO DE
ORDEM 4, MAS HÁ
UM CANCELAMENTO
PÓLO-ZERO EM $s=0$
RESULTA $\frac{V_o}{V_{IN}}$ DE ORDEM 3

b)

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{N_o}{D_o+D_e} = \frac{\frac{N_o}{D_e}}{\underbrace{\frac{D_o}{D_e}}_{Z_{11}}+1} \qquad Z_{11} = \frac{D_o}{D_e} = \frac{s^3+6s}{2s^2+10}$$

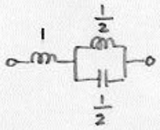
$Y = \frac{1}{Z_{11}} = \frac{2s^2+10}{s^3+6s}$ L1 TEM TODA A ADMITÂNCIA EM $s^2=-4$ $\therefore \frac{1}{sL_1} = \left.\frac{2s^2+10}{s^3+6s}\right|_{s^2=-4}$

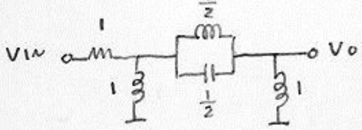
$$L_1 = \left.\frac{s^2+6}{2s^2+10}\right|_{s^2=-4} = \frac{-4+6}{-8+10} = 1\,H$$

RETIRANDO L1: $Y' = Y - \frac{1}{s} = \frac{2s^2+10}{s^3+6s} - \frac{1}{s} = \frac{2s^2+10-s^2-6}{s^3+6s} = \frac{s^2+4}{s^3+6s}$

O RESTO DA REDE ESTÁ NA FORMA DE FOSTER, A 1ª

$$Z = \frac{s^3+6s}{s^2+4} = K_\infty s + \frac{2K_1 s}{s^2+4} = 1s + \frac{(s^2+6\,|\,s^2=-4)s}{s^2+4} = s + \frac{2s}{s^2+4} =$$

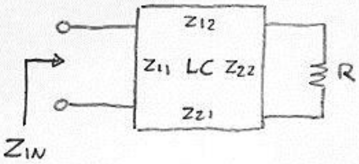




22 ALUNOS

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2001 - 2ª PROVA

① SEJA A REDE LC TERMINADA EM RESISTOR:



$$Z_{IN} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{Ne(s) + No(s)}{De(s) + Do(s)}$$

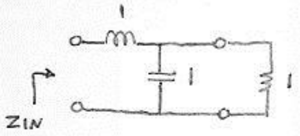
e = PAR

o = ÍMPAR

ACHE OS PARÂMETROS Z DA REDE LC

(LEMBRE QUE IMPEDÂNCIAS LC SÃO SEMPRE $\frac{No}{De}$ OU $\frac{Ne}{Do}$)

VERIFIQUE COM A REDE:



② SEJA A IMPEDÂNCIA: $Z(s) = \frac{s(s+2)}{(s+1)(s+3)}$

ACHE 4 REALIZAÇÕES DIFERENTES PARA ELA

③ ACHE UMA REALIZAÇÃO PARA O FILTRO:

a) $T(s) = \frac{K(s^2+25)}{(s+2)(s^2+s+1)}$ NA FORMA DE REDE LC COM TERMINAÇÃO DE 1 Ω NA SAÍDA, COM $\frac{V_o}{V_{IN}} = T(s)$

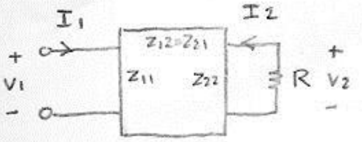
b) ESCALE A REDE DE FORMA TAL QUE:

A TERMINAÇÃO SEJA DE 50 Ω

OS ZEROS FIQUEM EM 100 KHZ

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2001 - 2ª PROVA - GABARITO

①



$Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 = V_1$ $\quad V_2 = -RI_2$

$Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 = V_2$

$Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 = -RI_2 \;\therefore\; I_2 = \dfrac{-Z_{21}I_1}{Z_{22}+R}$

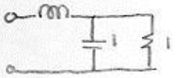
$$Z_{11}I_1 - \frac{Z_{12}Z_{21}I_1}{Z_{22}+R} = V_1 \quad\therefore\quad \frac{V_1}{I_1} = Z_{IN} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}+R} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} + RZ_{11}}{Z_{22}+R}$$

$$= \frac{\frac{1}{R}\Delta Z + Z_{11}}{\frac{Z_{22}}{R}+1} = \frac{N_o + N_e}{D_o + D_e} = \frac{\frac{N_o}{D_o} + \frac{N_e}{D_o}}{1 + \frac{D_e}{D_o}} \quad ou \quad \frac{\frac{N_o}{D_e} + \frac{N_e}{D_e}}{\frac{D_o}{D_e}+1}$$

1º caso: $Z_{11} = \dfrac{N_e}{D_o}$; $Z_{22} = R\dfrac{D_e}{D_o}$; $Z_{11}Z_{22} - Z_{12}^2 = R\dfrac{N_o}{D_o} \;\therefore\; Z_{12}^2 = R\dfrac{N_eD_e}{D_o^2} - R\dfrac{N_o}{D_o} = \dfrac{R(N_eD_e - N_oD_o)}{D_o^2}$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{\sqrt{R(N_eD_e - N_oD_o)}}{D_o}$$

2º caso: $Z_{11} = \dfrac{N_o}{D_e}$; $N_{22} = R\dfrac{D_o}{D_e}$; $Z_{12} = Z_{21} = \dfrac{\sqrt{R(N_oD_o - N_eD_e)}}{D_e}$

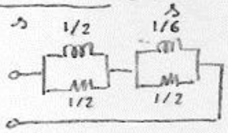


$$Z_{IN} = s + \frac{1}{s} /\!/ 1 = s + \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s}+1} = s + \frac{1}{s+1} = \frac{s^2+s+1}{s+1}$$

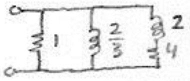
É o 1º caso: $Z_{11} = \dfrac{N_e}{D_o} = \dfrac{s^2+1}{s}$ $\quad Z_{22} = R\dfrac{D_e}{D_o} = \dfrac{1}{s}$ $\quad Z_{12} = Z_{21} = \dfrac{\sqrt{1(s^2+1-s^2)}}{s} = \dfrac{1}{s}$

②

$Z = \dfrac{s(s+2)}{(s+1)(s+3)}$ é Z_{RL} $\quad$ FOSTER 1: $Z = \left(\dfrac{\frac{1}{2}s}{s+1} + \dfrac{\frac{1}{2}s}{s+3}\right)$

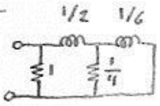


FOSTER 2 $\quad Y = \dfrac{(s+1)(s+3)}{s(s+2)} = 1 + \dfrac{\frac{3}{2}}{s} + \dfrac{\frac{1}{2}}{s+2}$



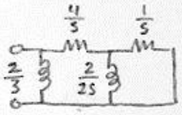
CAUER 1

$s^2+4s+3 \;\lfloor s^2+2s$
$-1-2s \qquad 1$
$s^2+2s \;\lfloor 2s+3$
$-s^2-\frac{3}{2}s \qquad \frac{1}{2}s$
$2s+3 \;\lfloor \frac{1}{2}s$
$-2s \qquad 4$
$\frac{1}{2}s \;\lfloor 3$
$-\frac{1}{2}s \qquad \frac{1}{6}s$
0

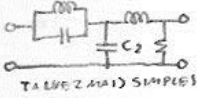


CAUER 2:

$3+4s+s^2 \;\lfloor 2s+s^2$
$-3-\frac{3}{2}s \qquad \frac{3}{2}\frac{1}{s}$
$2s+s^2 \;\lfloor \frac{5}{2}s+s^2$
$-2s-\frac{4}{5}s^2 \qquad \frac{4}{5}$
$\frac{5}{2}s+s^2 \;\lfloor \frac{1}{5}s^2$
$-\frac{5}{2}s \qquad \frac{25}{2}\frac{1}{s}$
$\frac{1}{5}s^2 \;\lfloor s^2$
$-\frac{1}{5}s^2 \qquad \frac{1}{5}$
0



③ $T(s) = \dfrac{K(s^2+25)}{s^3+3s^2+3s+2}$



TALVEZ MAIS SIMPLES

$$Y_{22} = \frac{D_e}{D_o} = \frac{3s^2+2}{s^3+3s}\; ; \quad L_1 = K_\infty \text{ DE } \frac{1}{y_{22}} = \frac{1}{3}\; ; \quad \frac{1}{y_{22}'} = \frac{s^3+3s}{3s^2+2} - \frac{1}{3}s = \frac{\cancel{s^3}+3s-\cancel{s^3}-\frac{2}{3}s}{3s^2+2} = \frac{\frac{7}{3}s}{3s^2+2}$$

CRIANDO OS ZEROS EM $\pm j5$

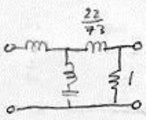
$$C_2 = \left.\frac{3s^2+2}{\frac{7}{3}s^2}\right|_{s^2=-25} = \frac{-75+2}{-\frac{7\times25}{3}} = \frac{3\times73}{7\times25} = \frac{219}{175}$$

EXTRAINDO C_5 $\quad y'' = \dfrac{3s^2+2}{\frac{7}{3}s} - \dfrac{3\times73}{7\times25}s = \dfrac{3s^2+2-\frac{73}{25}s^2+2}{\frac{7}{3}s} \approx \dfrac{2s^2+50}{\frac{7\times25}{3}s}$

$C_3 = \dfrac{6}{7\times25} = \dfrac{6}{175}$

$L_3 = \dfrac{7\times25}{150} = \dfrac{7}{6}$

ESCALAMENTO: $\quad R \to 50R$
$C \to C/50/2\pi\times20000$
$L \to L\times50/2\pi\times20000$

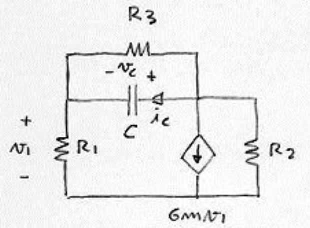


OUTRA SOLUÇÃO

29 ALUNOS

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2002 - 2ª PROVA - 22/1/2003

①

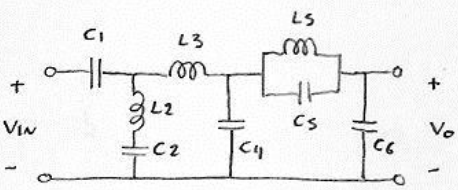


a) ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE TENHA $V_c(s)$ COMO INCÓGNITA

b) RESOLVA E ACHE $v_c(t)$

c) REPITA, USANDO UM SISTEMA QUE TENHA $I_c(s)$ COMO INCÓGNITA, ACHANDO $i_c(t)$

② PARA A REDE ABAIXO:



a) QUAL A ORDEM DE COMPLEXIDADE?

b) ONDE FICAM OS ZEROS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$?

c) ONDE PODEM ESTAR OS PÓLOS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$?

d) COMO SÃO OS POLINÔMIOS $N(s)$ E $D(s)$ DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$?

(EX: $N(s)$ É DA FORMA $a_3s^3+a_1s+a_0$)

e) O QUE MUDA SE EXISTIR UM RESISTOR EM SÉRIE COM VIN?

③ QUAIS DAS FUNÇÕES ABAIXO PODEM SER IMPEDÂNCIAS DE CIRCUITOS PASSIVOS?

QUANDO NÃO PUDEREM SER, DIGA PORQUÊ.

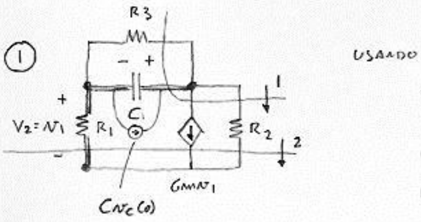
QUANDO PUDEREM, ACHE UMA FORMA DE CONSTRUIR.

$$Z(s) = \frac{s^2}{3s^2+1} \qquad Z(s) = \frac{s^2+1}{s^3+2s}$$

$$Z(s) = \frac{s^2+1}{2s^3+s} \qquad Z(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2002 - 2ª PROVA - GABARITO

①



USANDO CORTES:

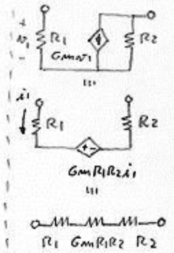
$$\begin{bmatrix} G_3+G_2+sC & G_2+G_m \\ G_2 & G_1+G_2+G_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C v_c(0) \\ 0 \end{bmatrix} \qquad V_1 = V_C(s)$$

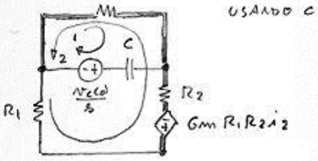
$$V_1(s) = \frac{C v_c(0)\,(G_1+G_2+G_m)}{G_3G_1+G_3G_2+G_3G_m+G_2G_1+\cancel{G_2^2}+\cancel{G_2G_m}+sCG_1+sCG_2+sCG_m-\cancel{G_2^2}-\cancel{G_2G_m}}$$

$$= \frac{C v_c(0)\,(G_1+G_2+G_m)}{s(CG_1+CG_2+CG_m)+G_3G_1+G_3G_2+G_3G_m+G_2G_1} = \frac{v_c(0)}{s+\frac{G_3}{C}+\frac{G_2G_1}{C(G_1+G_2+G_m)}}$$

$$= \frac{v_c(0)}{s+\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_2+R_1+G_mR_1R_2}\right)} \qquad v_c(t) = v_c(0)\,e^{-t/(R_3//(R_1+R_2+G_mR_1R_2)C)}$$

NOTAR QUE:





USANDO CICLOS:

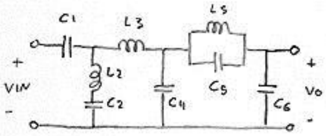
$$\begin{bmatrix} R_3+\frac{1}{sC} & -R_3 \\ -R_3 & R_1+R_2+R_3+G_mR_1R_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_c(0)}{s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_1(s) = \frac{-\frac{v_c(0)}{s}\,(R_1+R_2+R_3+G_mR_1R_2)}{R_3R_1+R_3R_2+\cancel{R_3^2}+R_3G_mR_1R_2+\frac{R_1}{sC}+\frac{R_2}{sC}+\frac{R_3}{sC}+\frac{G_mR_1R_2}{sC}-\cancel{R_3^2}} = \frac{-v_c(0)\,C\,(R_1+R_2+R_3+G_mR_1R_2)}{sC\,R_3(R_1+R_2+G_mR_1R_2)+R_3+R_1+R_2+G_mR_1R_2}$$

$$= \frac{-v_{c1}(0)\,\frac{R_3+R_1+R_2+G_mR_1R_2}{R_3(R_1+R_2+G_mR_1R_2)}}{s+\frac{1}{C}\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1+R_2+G_mR_1R_2}\right)} = \frac{-\frac{v_{c1}(0)}{R_3//(R_1+R_2+G_mR_1R_2)}}{s+\frac{1}{C\,R_3//(R_1+R_2+G_mR_1R_2)}} \qquad i_c(t) = -\frac{v_{c1}(0)}{R}\,e^{-t/RC}$$

$$R = R_3//(R_1+R_2+G_mR_1R_2)$$

②



a) ORDEM = 7 HÁ UM E N.EMO

b) ZEROS: $\pm j\frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$, ∞, ∞, $\pm j\frac{1}{\sqrt{L_5C_5}}$, E UM EM O CANCELADO POR UM PÓLO

c) PÓLOS NO EIXO $j\omega$, 3 PARES CONJUGADOS, E UM EM O, CANCELADO

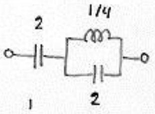
d) $\frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_5s^5+b_3s^3+b_1s}{s^7+a_5s^5+a_3s^3+a_1s}$ (PODE CANCELAR s)

e) COM UM RESISTOR EM SÉRIE COM VIN,
OS PÓLOS FICAM COMPLEXOS OU REAIS, E
D(s) TEM TAMBÉM OS COEFICIENTES a_6, a_4 E a_2

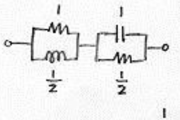
③ $\frac{s^2}{3s^2+1}$ NÃO É IMPEDÂNCIA: ZERO DUPLO EM 0

$\frac{s^2+1}{2s^3+s} = \frac{(s^2+1)}{2s(s^2+\frac{1}{2})}$ NÃO É IMPEDÂNCIA: PÓLOS E ZEROS EM $j\omega$ SEM ALTERNÂNCIA

$\frac{s^2+1}{s^3+2s} = \frac{(s^2+1)}{s(s^2+2)}$ É Z_{LC} $\quad \frac{\frac{1}{2}}{s} + \frac{\frac{1}{2}s}{s^2+2}$

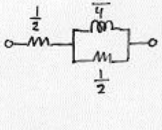


$\frac{s+1}{s+2}$ É Z_{RL}, OU RLC $\quad \frac{s}{s+2} + \frac{1}{s+2}$



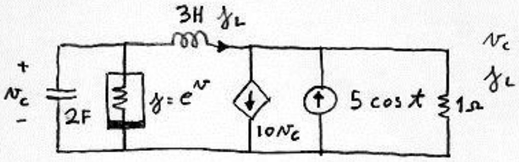
FAZENDO RL:

$s\left(\frac{s+1}{s(s+2)}\right) = s\left(\frac{\frac{1}{2}}{s}+\frac{\frac{1}{2}}{s+2}\right) = \frac{\frac{1}{2}s}{s} + \frac{\frac{1}{2}s}{s+2}$



CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2ª PROVA - 1º SEMESTRE DE 2003

① ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO NÃO LINEAR PARA O CIRCUITO ABAIXO E MOSTRE COMO CALCULAR A SOLUÇÃO USANDO O MÉTODO "FORWARD" DE EULER



$v_c(0) = 10$

$j_L(0) = 0$

② DAS FUNÇÕES ABAIXO, VERIFIQUE QUAIS PODEM SER IMPEDÂNCIAS PASSIVAS, E ACHE REALIZAÇÕES PARA AQUELES CASOS

a) $\dfrac{10s-10}{s^2+3s+2}$ b) $\dfrac{10s+10}{s^2+3s+2}$ c) $\dfrac{10s^3+9s}{s^4+3s^2+2}$ d) $\dfrac{(s+1)^2}{s}$

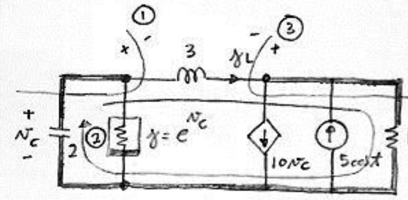
③ ACHE REALIZAÇÕES PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA ABAIXO, NAS FORMAS LC COM TERMINAÇÃO SIMPLES DE 1Ω NA ENTRADA E NA SAÍDA:

$$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{K\,(s^2+4)}{s^3+2s^2+4s+4}$$

QUANTO VALE K?

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2ª PROVA - 1º SEMESTRE DE 2003 - GABARITO 18/7/2003 21 ALUNOS

①



AS EQ. DE ESTADO SÃO AS EQUAÇÕES DO CORTE ① E DO CICLO ②

① $2\dfrac{dv_C}{dt} + e^{v_C} + i_L = 0$ JÁ ESTÁ NA FORMA CORRETA

② $3\dfrac{di_L}{dt} + v_R - v_C = 0$ FALTA ELIMINAR v_R

USANDO A EQUAÇÃO DO CORTE ③ :

$$\frac{v_R}{1} - 5\cos t + 10v_C - i_L = 0 \quad \therefore \quad v_R = 5\cos t - 10v_C + i_L$$

A EQUAÇÃO ② SE REDUZ A: $3\dfrac{di_L}{dt} + 5\cos t - 11v_C + i_L = 0$

AS EQUAÇÕES DE ESTADO SÃO ENTÃO:

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{e^{v_C}}{2} - \frac{i_L}{2} \qquad \frac{di_L}{dt} = \frac{11}{3}v_C - \frac{1}{3}i_L - \frac{5}{3}\cos t$$

PARA RESOLVER PELO MÉTODO "FORWARD" DE EULER: $\vec{x}(t_0+\Delta t) \simeq \vec{x}(t_0) + \Delta t\,\dot{x}(t_0)$

$$v_C(t_0+\Delta t) \approx v_C(t_0) + \Delta t\left(-\frac{e^{v_C(t_0)}}{2} - \frac{i_L(t_0)}{2}\right)$$

$$i_L(t_0+\Delta t) \approx i_L(t_0) + \Delta t\left(\frac{11}{3}v_C(t_0) - \frac{1}{3}i_L(t_0) - \frac{5}{3}\cos t_0\right)$$

COMEÇANDO POR
$t_0 = 0$
$v_C(t_0) = 10$
$i_L(t_0) = 0$

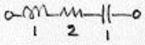
②

a) $\dfrac{10s-10}{s^2+3s+2}$ NÃO É PASSIVA POIS TEM ZERO NO SE REAL POSITIVO

b) $\dfrac{10s+10}{s^2+3s+2} = \dfrac{10}{s+2}$

c) $\dfrac{10s^3+9s}{s^4+3s^2+2}$ TEM: ZEROS: $0, \pm\sqrt{0.9}\,j$ NÃO SE ALTERNAM
PÓLOS: $\pm j \pm \sqrt{2}\,j$ NÃO É IMPEDÂNCIA LC PASSIVA

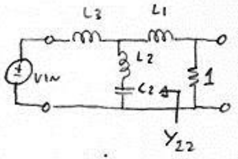
d) $\dfrac{(s+1)^2}{s} = \dfrac{s^2+2s+1}{s} = s+2+\dfrac{1}{s}$



③ $\dfrac{V_O}{V_{IN}} = \dfrac{K(s^2+4)}{s^3+2s^2+4s+4}$

$Y_{22} = \dfrac{De}{Do} = \dfrac{2s^2+4}{s^3+4s}$ ZEROS A REALIZAR: $\pm j2, \infty$

TERMINAÇÃO NA SAÍDA:

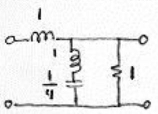


$$\frac{1}{Y_{22}} = \frac{s^3+4s}{2s^2+4}$$

$2K_1 = \dfrac{2(-4)+4}{-4} = 1$

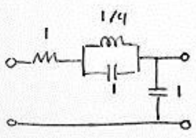
L_1 DEVE TER TODA A IMPEDÂNCIA EM $s = \pm j2$, MAS $\dfrac{1}{Y_{22}}(j2) = 0 \;\therefore\; L_1 = 0$

BASTA ENTÃO EXPANDIR Y_{22} EM FRAÇÕES PARCIAIS (FOSTER2): $Y_{22} = \dfrac{K_0}{s} + \dfrac{2K_1 s}{s^2+4} = \dfrac{1}{s} + \dfrac{s}{s^2+4}$



O TANQUE LC RESSONANDO EM 2 RAD/S APARECE NATURALMENTE

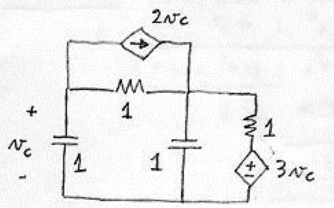
A FORMA COM A TERMINAÇÃO NA ENTRADA: É A FORMA DUAL



NOS DOIS CASOS, COMO O GANHO CC = 1, K = 1

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2ª PROVA - 1º SEMESTRE DE 2004 9/7/2004

①



a) USE UM SISTEMA DE CORTES QUE TENHA COMO INCÓGNITAS AS TENSÕES SOBRE OS CAPACITORES PARA ACHAR AS FREQÜÊNCIAS NATURAIS DA REDE

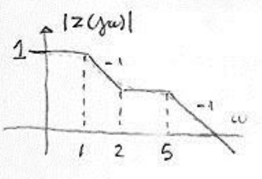
b) IDEM, MAS COM UM SISTEMA DE CICLOS QUE TENHA COMO INCÓGNITAS AS CORRENTES NOS CAPACITORES (CALCULE AS FREQÜÊNCIAS NATURAIS)

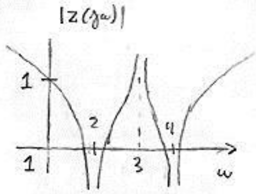
②

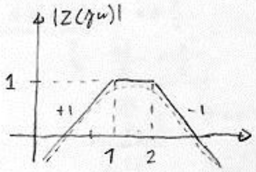
PARA OS DIAGRAMAS DE BODE ABAIXO, DETERMINE:

a) QUAIS PODEM CORRESPONDER A IMPEDÂNCIAS PASSIVAS, E DE QUE TIPO

b) FAÇA SÍNTESES NOS CASOS POSSÍVEIS







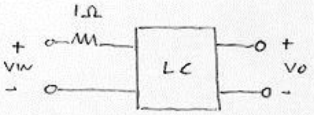
GRÁFICOS EM ESCALA LOG-LOG

③

ACHE UMA REALIZAÇÃO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA:

$$T(s) = \frac{K s}{(s^2+s+1)^2}$$

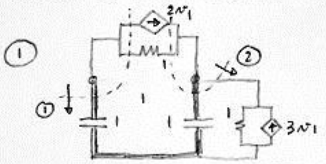
NA FORMA:



QUANTO VALE K?

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2004 - 2ª PROVA - GABARITO

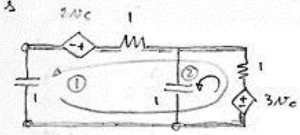
①



$$\begin{bmatrix} s+1+2 & -1 \\ -1-5 & s+2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cancel{2V_1} \\ +\cancel{2V_1}+\cancel{3V_1} \end{bmatrix}$$ (PODE-SE IGNORAR C.I.)

$$\mathrm{DET}[Y_c] = (s+3)(s+2)-6 = s^2+5s+6-6 = s^2+5s \qquad \text{F.N.: } 0 \text{ E } -5$$

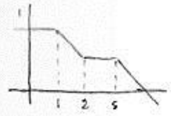
$$v_c = \frac{1}{s} I_1$$



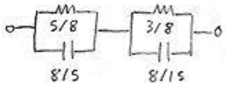
$$\begin{bmatrix} \cancel{\frac{1}{s}}+2-\cancel{\frac{1}{s}} & 1 \\ 1-\frac{3}{s} & \frac{1}{s}+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\cancel{\frac{1}{s}}I_1 - 2\cancel{\frac{1}{s}}I_1 \\ 3\cancel{\frac{1}{s}}I_1 \end{bmatrix}$$

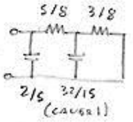
$$\mathrm{DET}[Z\ell] = 2\left(\frac{1}{s}+1\right)-\left(1-\frac{3}{s}\right) = \frac{2}{s}+2-1+\frac{3}{s} = \frac{5}{s}+1 \quad \times s^2 = 5s+s^2 \therefore \text{F.N.} = 0 \text{ E } -5 \;//$$

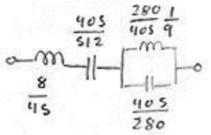
②

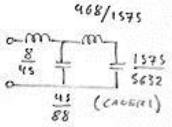


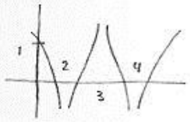
$$Z = \frac{2.5(s+2)}{(s+1)(s+5)} = \frac{\overset{5/8}{K_1}}{s+1}+\frac{\overset{15/8}{K_2}}{s+5} \qquad K_1 = \frac{2.5(-1+2)}{-1+5} = \frac{2.5}{4} = \frac{5}{8} \qquad K_2 = \frac{2.5(-5+2)}{-5+1} = \frac{2.5\times 3}{4} = \frac{15}{8}$$







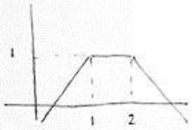




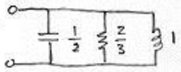
$$Z = \frac{K(s^2+4)(s^2+16)}{s(s^2+9)} \qquad Z(j1) = 1 = \frac{K(-1+4)(-1+16)}{j(-1+9)} = \frac{K\times 3\times 15}{j8} = \frac{45}{8}\frac{K}{j} \therefore K = \frac{8}{45}$$

$$Z = K_\infty s+\frac{K_0}{s}+\frac{2K_1 s}{s^2+9} \qquad K_\infty = \frac{8}{45} \qquad K_0 = \frac{8}{45}\times\frac{4\times 16}{9} = \frac{512}{405} \qquad 2K_1 = \frac{8}{45}\,\frac{(-9+4)(-9+16)}{-9} =$$

$$= \frac{8}{45}\,\frac{\times(-5)\times(7)}{-9} = \frac{280}{405}$$



$$Z(s) = \frac{2s}{(s+1)(s+2)} \qquad (Z(0) \simeq s) \qquad Z = \frac{2s}{s^2+3s+2}$$



RLC

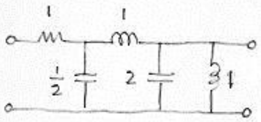
NÃO É RC, RL OU LC

③

$$T(s) = \frac{Ks}{(s^2+s+1)^2} = \frac{Ks}{s^4+s^3+s^2+s^3+s^2+s+s^2+s+1} = \frac{Ks}{s^4+2s^3+3s^2+2s+1}$$

$$Z_{11} = \frac{Do}{De} = \frac{2s^3+2s}{s^4+3s^2+1}$$

ESTRUTURA:



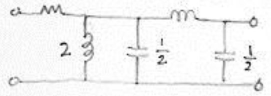
BASTA EXPANDIR EM CAUER I

$$s^4+3s^2+1 \;\big|\; \underline{2s^3+2s}$$
$$-s^4-s^2 \qquad \tfrac{1}{2}s$$
$$2s^3+2s \;\big|\; \underline{2s^2+1}$$
$$-2s^3-s \qquad s$$
$$2s^2+1 \;\big|\; \underline{s}$$
$$-2s \qquad 2s$$
$$s \;\big|\; \underline{1}$$
$$-s \qquad s$$
$$0$$

EM BAIXA FREQUENCIA $\frac{V_o}{V_{IN}} \simeq Ks$

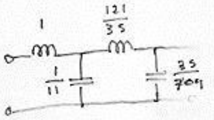
$$\frac{V_o}{V_{IN}} \simeq 1s\,\frac{V_{IN}}{1} \therefore K = 1.$$

OUTRA ESTRUTURA:

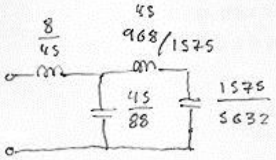


K = 2

$$\text{FOSTER 2}: \frac{1}{Z_{11}} = K_\infty s+\frac{K_0}{s}+\frac{2K_1 s}{s^2+1} \qquad K_\infty = \frac{1}{2} \quad K_0 = \frac{1}{2} \qquad 2K_1 = \left.\frac{s^4+3s^2+1}{2s^2}\right|_{s^2=-1} = \frac{1-3+1}{-2} = \frac{1}{2}$$



$Z \times \frac{8}{45}$



$s^4 + 20s^2 + 64 \;\big|\; s^3 + 9s$

$-s^4 - 9s^2 \qquad s$

$s^3 + 9s \;\big|\; 11s^2 + 64$

$-s^3 - \frac{64}{11}s \qquad \frac{1}{11}s$

$11s^2 + 64 \;\big|\; \frac{35}{11}s$

$-11s^2 \qquad \frac{121}{35}s$

$\frac{35}{11}s \;\big|\; 64$

$-\frac{35}{11}s \qquad \frac{35}{704}s$

0

$9 - \frac{64}{11} = \frac{99-65}{11}$

$\frac{s^2 + 6s + 5}{\frac{5}{2}s + 5}$

$s^2 + 6s + 5 \;\big|\; \frac{5}{2}s + 5$

$-s^2 - 2s \qquad \frac{2}{5}s$

$\frac{5}{2}s + 5 \;\big|\; 4s + 5$

$-\frac{5}{2}s - \frac{25}{8} \qquad \frac{5}{8}$

$4s + 5 \;\big|\; \frac{15}{8}$

$-4s \qquad \frac{32}{15}s$

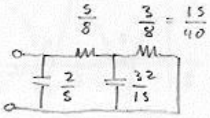
$\frac{15}{8} \;\big|\; 5$

$-\frac{15}{8} \qquad \frac{3}{8}$

0

$5 - \frac{25}{8} = \frac{40-25}{8} = \frac{15}{8}$

$\frac{3}{8} = \frac{15}{40}$



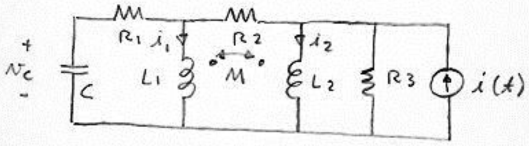
$$\frac{\frac{s}{100}+1}{\left(\frac{s}{10}+1\right)\left(\frac{s}{10^5}+1\right)} = \frac{\frac{1}{100}(s+100)}{\frac{1}{10^6}(s+10)(s+10^5)} = \frac{10^{+4}(s+100)}{(s+10)(s+10^5)}$$

$$= \frac{K_1}{s+10} + \frac{K_2}{s+10^5} \qquad K_1 = \left.\frac{10^4(s+100)}{s+10^5}\right|_{s=-10} = \frac{10^4 \times 90}{-10+10^5} \approx 9$$

$$K_2 = \left.\frac{10^4(s+100)}{(s+10)}\right|_{s=-10^5} = \frac{10^4(-10^5+100)}{-10^5+10} = \frac{10^4(\sim -10^5)}{\sim -10^5} \approx 10^4$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2005 - 2ª PROVA 29/6/2005

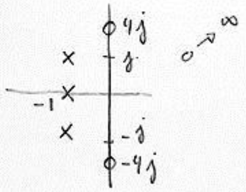
① ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE CALCULE, USANDO O MÉTODO DOS TRAPÉZIOS, A SOLUÇÃO DO CIRCUITO EM $t = t_0 + \Delta t$. O SISTEMA DEVE CALCULAR DIRETAMENTE AS TENSÕES NOS RESISTORES.



② OBTENHA DUAS REDES DIFERENTES, QUE TENHAM A IMPEDÂNCIA:

$$Z(s) = \frac{s^2 + \frac{3}{4}s + \frac{1}{24}}{s^2 + \frac{1}{4}s}$$

③ OBTENHA UMA REDE PASSIVA QUE REALIZE UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE TENSÃO COM OS PÓLOS E ZEROS DADOS



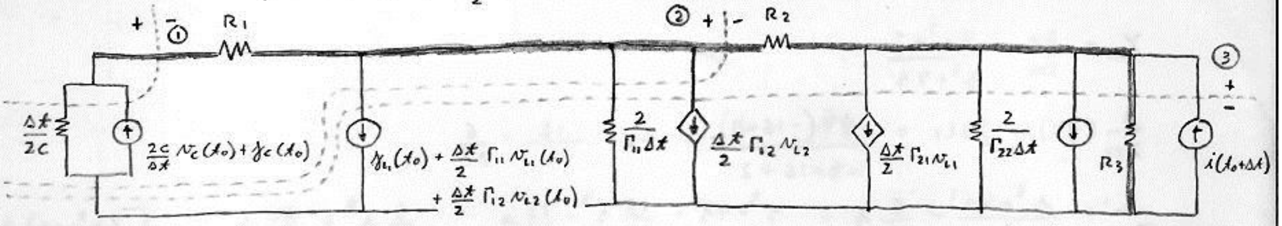
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2005 - 2ª PROVA - GABARITO 14 ALUNOS

① ESCREVENDO UM SISTEMA DE CORTES COM A ÁRVORE PASSANDO PELOS 3 RESISTORES:

LEMBRANDO AS REGRAS DOS TRAPÉZIOS:

CAPACITOR: $v(t_0+\Delta t) = v(t_0) + \frac{\Delta t}{2C}\left(j(t_0)+j(t_0+\Delta t)\right)$, OU $j(t_0+\Delta t) = \dfrac{v(t_0+\Delta t)}{\frac{\Delta t}{2C}} - \frac{2C}{\Delta t}v(t_0) - j(t_0)$

TRANSFORMADOR: $\vec{j}(t_0+\Delta t) = \vec{j}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}[\Gamma]\left(\vec{v}(t_0)+\vec{v}(t_0+\Delta t)\right)$



PARA AS FONTES CONTROLADAS: $\begin{cases} v_{L1} = v_2+v_3 \\ v_{L2} = v_3 \end{cases}$ E PARA AS C.I. $v_C = v_1+v_2+v_3$

$v_{L1} = v_2+v_3$

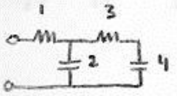
$v_{L2} = v_3$

$$\begin{bmatrix} \frac{2C}{\Delta t}+\frac{1}{R_1} & \frac{2C}{\Delta t} & \frac{2C}{\Delta t} \\ \frac{2C}{\Delta t} & \frac{2C}{\Delta t}+\frac{\Gamma_{11}\Delta t}{2}+\frac{1}{R_2} & \frac{2C}{\Delta t}+\frac{\Gamma_{11}\Delta t}{2}+\frac{\Gamma_{12}\Delta t}{2} \\ \frac{2C}{\Delta t} & \frac{2C}{\Delta t}+\frac{\Gamma_{11}\Delta t}{2}+\frac{\Gamma_{21}\Delta t}{2} & \frac{2C}{\Delta t}+\frac{\Gamma_{11}\Delta t}{2}+\frac{\Gamma_{22}\Delta t}{2}+\frac{1}{R_3}+\frac{\Gamma_{12}\Delta t}{2}+\frac{\Gamma_{21}\Delta t}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t_0+\Delta t) \\ v_2(t_0+\Delta t) \\ v_3(t_0+\Delta t) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2C}{\Delta t}v_C(t_0)+j_C(t_0) \\ \frac{2C}{\Delta t}v_C(t_0)+j_C(t_0) - j_{L1}(t_0)-\frac{\Delta t}{2}\Gamma_{11}v_{L1}(t_0)-\frac{\Delta t}{2}\Gamma_{12}v_{L2}(t_0) \\ \frac{2C}{\Delta t}v_C(t_0)+j_C(t_0) - j_{L1}(t_0)-\frac{\Delta t}{2}\Gamma_{11}v_{L1}(t_0)-\frac{\Delta t}{2}\Gamma_{12}v_{L2}(t_0) - j_{L2}(t_0)-\frac{\Delta t}{2}\Gamma_{21}v_{L1}(t_0)-\frac{\Delta t}{2}\Gamma_{22}v_{L2}(t_0)+i(t_0+\Delta t) \end{bmatrix}$$

② É UMA IMPEDÂNCIA RC

CAUER 1:



$s^2+\frac{3}{4}s+\frac{1}{24} \;\big|\; s^2+\frac{1}{4}s$

$-s^2-\frac{1}{4}s \qquad 1$

$s^2+\frac{1}{4}s \;\big|\; \frac{1}{2}s+\frac{1}{24}$

$-s^2-\frac{1}{12}s \qquad 2s$

$\frac{1}{2}s+\frac{1}{24} \;\big|\; \frac{1}{6}s$

$-\frac{1}{2}s \qquad 3$

$\frac{1}{6}s \;\big|\; \frac{1}{24}$

$-\frac{1}{6}s \qquad 4s$

0

CAUER 2

$\frac{1}{24}+\frac{3}{4}s+s^2 \;\big|\; \frac{1}{4}s+s^2$

$-\frac{1}{24}-\frac{1}{6}s \qquad \frac{1}{6s}$

$\frac{1}{4}s+s^2 \;\big|\; \frac{7}{12}s+s^2$

$-\frac{1}{4}s-\frac{3}{7}s^2 \qquad \frac{3}{7}$

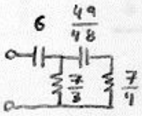
$\frac{7}{12}s+s^2 \;\big|\; \frac{4}{7}s^2$

$-\frac{7}{12}s \qquad \frac{49}{48}\frac{1}{s}$

$\frac{4}{7}s^2 \;\big|\; s^2$

$-\frac{4}{7}s^2 \qquad \frac{4}{7}$

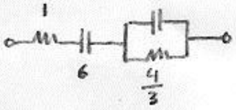
0



AINDA: FOSTER 1

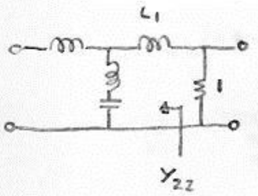
$$\frac{s^2+\frac{3}{4}s+\frac{1}{24}}{s^2+\frac{1}{4}s} = k_\infty + \frac{k_0}{s} + \frac{k_1}{s+\frac{1}{4}} \qquad k_\infty=1,\; k_0=\frac{1}{6},\quad K_1=\frac{\frac{1}{16}-\frac{3}{16}+\frac{1}{24}}{-\frac{1}{4}} = -\frac{1}{4}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6} = \frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$$

$$= 1 + \frac{1}{6s} + \frac{\frac{1}{3}}{s+\frac{1}{4}}$$



FOSTER 2 FICA COM VALORES IRRACIONAIS

③ REALIZANDO NA FORMA SIMPLESMENTE TERMINADA, COM TERMINAÇÃO DE 1Ω NA SAÍDA



$$T(s) = \frac{K(s^2+16)}{(s+1)(s^2+2s+2)} = \frac{K(s^2+16)}{s^3+2s^2+2s+s^2+2s+2}$$

$$= \frac{K(s^2+16)}{s^3+3s^2+4s+2}$$

$$Y_{22} = \frac{De}{Do} = \frac{3s^2+2}{s^3+4s}$$

$$\frac{1}{Y_{22}}(j4) = \cancel{j}4L_1 = \frac{\cancel{j}4(-16+4)}{-3\times16+2} \therefore L_1 = \frac{12}{46} = \frac{6}{23}$$

$$\frac{1}{Y_{22}}' = \frac{s^3+4s}{3s^2+2} - \frac{6}{23}s = \frac{s^3+4s-\frac{18}{23}s^3-\frac{12}{23}s}{3s^2+2} = \frac{\frac{5}{23}s^3+\frac{80}{23}s}{3s^2+2} = \frac{\frac{5}{23}(s^2+16)s}{3s^2+2}$$

EXPANDINDO EM FOSTER 2:

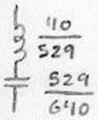
$$Y_{22}' = \frac{3s^2+2}{\frac{5}{23}(s^2+16)s} = \frac{2K_1s}{s^2+16} + \frac{K_0}{s}$$

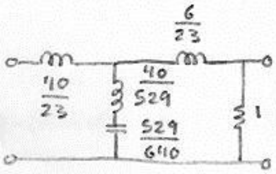
$$2K_1 = \left.\frac{3s^2+2}{\frac{5}{23}s^2}\right|_{s^2=-16} = \frac{-3\times16+2}{\frac{5}{23}\times(-16)} = \frac{\overset{23}{-46}}{\underset{8}{-16}}\times\frac{23}{5}$$

$$= \frac{529}{40}$$

$$K_0 = \frac{2}{\frac{5}{23}\times16} = \frac{46}{80} = \frac{23}{40}$$

$$= \frac{\frac{529}{40}s}{s^2+16} + \frac{\frac{23}{40}}{s}$$





VERIFICANDO:

$Y_{22}(0) \to \frac{1}{2s}$, INDUTOR DE 2H

$$\frac{6}{23} + \frac{40}{23} = \frac{46}{23} = 2 \quad //$$

$Y_{22}(\infty) \to \frac{3}{s}$, INDUTOR DE $\frac{1}{3}$H

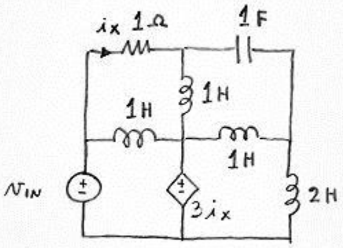
$$\frac{6}{23} + \frac{1}{\frac{529}{40}+\frac{23}{40}} = \frac{6}{23} + \frac{40}{552} = \frac{6}{23} + \frac{\frac{40}{24}}{23} = \frac{1}{3} \quad //$$

OBS: ZEROS NA ②

$$s = \frac{-\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - 4\frac{1}{24}}}{2} = \frac{-\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{1}{6}}}{2} = \frac{-\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{54-16}{96}}}{2} = \frac{-\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{38}{96}}}{2} = \frac{-\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{19}{48}}}{2}$$

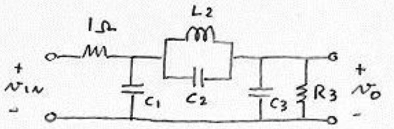
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2006 - 2ª PROVA 8/12/2006

① OBTENHA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE CALCULE DIRETAMENTE AS CORRENTES NOS INDUTORES, NO ESTADO PERMANENTE SENOIDAL, E APENAS ELAS.



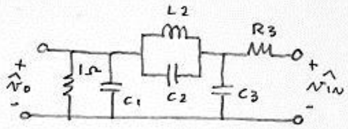
② O CIRCUITO ABAIXO REALIZA:

$$\frac{V_O}{V_{IN}}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$



a) QUANTO VALE R_3?

b) QUAL É $\frac{\hat{V}_O}{\hat{V}_{IN}}(s)$ PARA A REDE LIGADA AO CONTRÁRIO?



③ DADAS AS IMPEDÂNCIAS ABAIXO, IDENTIFIQUE QUAIS SÃO REALIZÁVEIS COM ELEMENTOS RLC PASSIVOS, E ENCONTRE UMA REALIZAÇÃO NOS CASOS POSSÍVEIS

a) $Z(s) = \frac{10s(s+2)}{(s+1)(s+3)}$

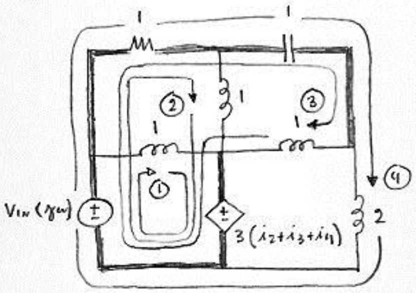
b) $Z(s) = \frac{10(s^2+2)}{(s^2+1)(s^2+3)}$

c) $Z(s) = \frac{10s(s^2+2)}{(s^2+1)(s^2+3)}$

d) $Z(s) = \frac{10s(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+3)}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2006 - 2ª PROVA - GABARITO   10 ALUNOS

① BASTA FAZER UM SISTEMA DE CICLOS COM OS INDUTORES FORA DA ÁRVORE

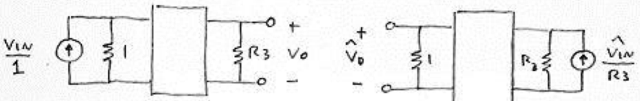


$$\begin{bmatrix} j\omega & 0+3 & 0+3 & 0+3 \\ 0 & j\omega+1+3 & +1+3 & +1+3 \\ 0 & +1+3 & j\omega+1+\frac{1}{j\omega}+3 & +1+\frac{1}{j\omega}+3 \\ 0 & +1 & +1+\frac{1}{j\omega} & 2j\omega+1+\frac{1}{j\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(j\omega) \\ I_2(j\omega) \\ I_3(j\omega) \\ I_4(j\omega) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} V_{IN}(j\omega) - \cancel{3}(I_2+I_3+I_4) \\ V_{IN}(j\omega) - \cancel{3}(I_2+I_3+I_4) \\ V_{IN}(j\omega) - \cancel{3}(I_2+I_3+I_4) \\ V_{IN}(j\omega) \end{bmatrix}$$

② EM CC: $\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{b_0}{a_0} = \frac{R_3}{1+R_3} \therefore b_0(1+R_3) = a_0 R_3 \therefore R_3(a_0-b_0) = b_0 \therefore R_3 = \frac{b_0}{a_0-b_0}$

USANDO O TEOREMA DA RECIPROCIDADE E EQUIVALENTES NORTON:

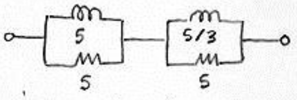


$\frac{V_O}{V_{IN}} = \frac{\hat{V}_O}{\hat{V}_{IN}/R_3} \therefore \frac{\hat{V}_O}{\hat{V}_{IN}} = \frac{1}{R_3}\frac{V_O}{V_{IN}} =$

$= \frac{a_0-b_0}{b_0} \; \frac{b_2 s^2+b_0}{s^3+a_2 s^2+a_1 s+a_0}$

③ a) $Z(s) = \frac{10s(s+2)}{(s+1)(s+3)}$ PÓLOS E ZEROS ALTERNADOS NO SERN, O PRIMEIRO É UM ZERO EM 0 -> RL

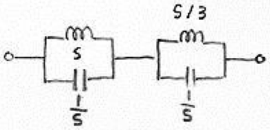
$Z(s) = \frac{K_1 s}{s+1} + \frac{K_2 s}{s+3} = \frac{\frac{10(-1+2)}{-1+3}s}{s+1} + \frac{\frac{10(-3+2)}{-3+1}s}{s+3} = \frac{5s}{s+1} + \frac{5s}{s+3}$



b) $Z(s) = \frac{10(s^2+2)}{(s^2+1)(s^2+3)}$ DIFERENÇA DE GRAUS >1, NÃO É REALIZÁVEL.

c) $Z(s) = \frac{10s(s^2+2)}{(s^2+1)(s^2+3)}$ PÓLOS E ZEROS ALTERNADOS NO EIXO IMAGINÁRIO -> LC

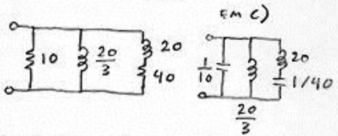
$Z(s) = \frac{2K_1 s}{s^2+1} + \frac{2K_2 s}{s^2+3} = \frac{5s}{s^2+1} + \frac{5s}{s^2+3}$



FOSTER 2 EM a)

$\frac{(s+1)(s+3)}{10s(s+2)} = \frac{1}{10} + \frac{\frac{1\times 3}{10\times 2}}{s} + \frac{\frac{(-2+1)(-2+3)}{10(-2)}}{s+2}$

$= \frac{1}{10} + \frac{3}{20s} + \frac{\frac{1}{20}}{s+2}$



d) $Z(s) = \frac{10s(s^2+1)}{(s^2+2)(s^2+3)}$ PÓLOS E ZEROS NO EIXO IMAGINÁRIO, MAS NÃO ALTERNADOS. NÃO É REALIZÁVEL.

CAUER 1 NA a), c)

$s^2+4s+3 \;\big|\; 10s^2+20s$

$-s^2-2s \qquad \frac{1}{10}$

$10s^2+20s \;\big|\; 2s+3$

$-10s^2-15s \qquad 5s$

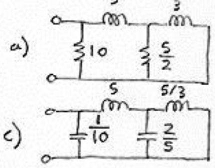
$2s+3 \;\big|\; 5s$

$-2s \qquad \frac{2}{5}$

$5s \;\big|\; 3$

$-5s \qquad \frac{5}{3}s$

0



CAUER 2 NA a), c)

$3+4s+s^2 \;\big|\; 20s+10s^2$

$-3-\frac{3}{2}s \qquad \frac{3}{20s}$

$20s+10s^2 \;\big|\; \frac{5}{2}s+s^2$

$-20s-8s^2 \qquad 8$

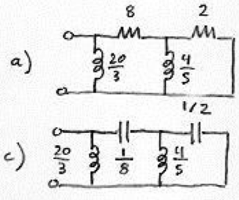
$\frac{5}{2}s+s^2 \;\big|\; 2s^2$

$-\frac{5}{2}s \qquad \frac{5}{4s}$

$2s^2 \;\big|\; s^2$

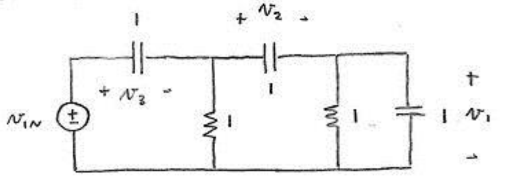
$-2s^2 \qquad 2$

0



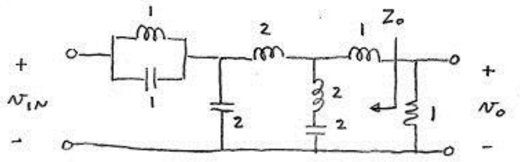
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2007 - 2ª PROVA

① ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA A REDE:



INTERESSA CALCULAR
v_1 E v_2

② PARA A ESTRUTURA ABAIXO, ACHE:



a) SEM CALCULAR, ONDE PODEM ESTAR OS PÓLOS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$

b) MOSTRE COMO CALCULAR OS PÓLOS. NÃO RESOLVA.

c) ONDE ESTÃO OS ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$?

d) SE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$, COMO SÃO OS POLINÔMIOS $N(s)$ E $D(s)$? (EX: $N(s) = a_2 s^2 + a_1 s + a_0$)

e) COMO SÃO OS POLINÔMIOS DE $Z_o(s) = \frac{N_o(s)}{D_o(s)}$?

③ DADAS AS FUNÇÕES ABAIXO, VEJA QUAIS PODEM SER REALIZADAS COM REDES RLC, E ENCONTRE REALIZAÇÕES NOS CASOS POSSÍVEIS

a) $Z(s) = \frac{10s(s^2+9)}{(s^2+4)}$

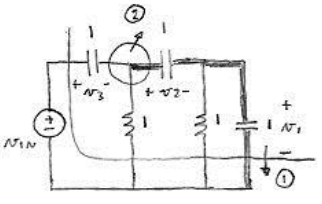
b) $Y(s) = \frac{s^2(s+2)}{(s+1)}$

c) $Y(s) = \frac{s(s+5)}{5(s+1)}$

d) $\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2007 - 2ª PROVA   30 ALUNOS

①



$$\begin{cases} s v_1 + \frac{v_1}{1} + \frac{v_1+v_2}{1} + s(v_1+v_2-v_{IN}) = 0 \\ s v_2 + \frac{v_1+v_2}{1} + s(v_1+v_2-v_{IN}) = 0 \end{cases}$$

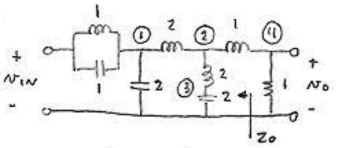
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$s\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s v_{IN} \\ s v_{IN} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} & \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$s\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s v_{IN} \\ s v_{IN} \end{bmatrix} \therefore s\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} s v_{IN} \\ \frac{1}{3} s v_{IN} \end{bmatrix}$$

②



a) PÓLOS NO SPLE, 5 PÓLOS

b) PODE-SE ESCREVER A MATRIZ DE UM SISTEMA NODAL EM T. DE LAPLACE, $Y_m(s)$ E ACHAR AS RAÍZES DE $s^4 \det Y_m(s)$ (SÃO 4 INDUTORES)

$$Y_m = \begin{bmatrix} 3s + \frac{1.5}{s} & -\frac{0.5}{s} & 0 & 0 \\ -\frac{0.5}{s} & \frac{2}{s} & -\frac{0.5}{s} & -\frac{1}{s} \\ 0 & -\frac{0.5}{s} & 2s + \frac{0.5}{s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{s} & 0 & 1 + \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

c) ZEROS EM $\pm j$, $\pm \frac{1}{2} j$ E ∞ (1 SÓ)

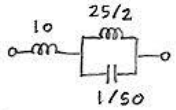
d) $$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{b_4 s^4 + b_2 s^2 + b_0}{s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

O NUMERADOR DÁ PARA CALCULAR: $N(s) = b_4(s^2+1)(s^2+\frac{1}{4}) = b_4\left(s^4 + \frac{5}{4}s^2 + \frac{1}{4}\right)$

b_4 PODERIA SER OBTIDO OBSERVANDO O COMPORTAMENTO DA REDE EM ALTA FREQUÊNCIA, $a_0 = b_0 = \frac{b_4}{4}$

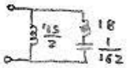
e) COMO $\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{Ne}{De+Do}$, $Z_o = \frac{1}{1.Y_{22}} = \frac{Do}{De} = \frac{s^5 + a_3 s^3 + a_1 s}{a_4 s^4 + a_2 s^2 + a_0}$ DÁ PARA VER QUE $\frac{1}{a_4} = 2$ E $\frac{a_1}{a_0} = 4$

③ a) $Z(s) = \frac{10s(s^2+9)}{s^2+4}$ É $Z_{LC} = K_\infty s + \frac{2K_1 s}{s^2+4} = 10s + \frac{10(-4+9)s}{s^2+4} = 10s + \frac{50s}{s^2+4}$

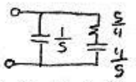


b) $Y(s) = \frac{s^2(s+2)}{s+1}$ ZERO DUPLO EM 0 NÃO PODE. IRREALIZÁVEL.

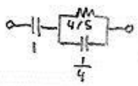
OU $Y = \frac{\frac{2}{45}}{s} + \frac{\frac{1}{18}s}{s^2+9}$



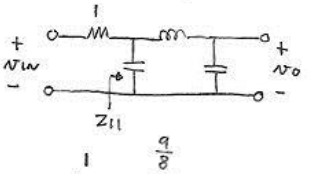
c) $Y(s) = \frac{s(s+5)}{5(s+1)}$ E $Y_{RC} = K_\infty s + \frac{K_1 s}{s+1} = \frac{1}{5}s + \frac{\frac{-1+5}{5}s}{s+1} = \frac{1}{5}s + \frac{\frac{4}{5}s}{s+1}$



OU: $Z = \frac{1}{s} + \frac{4}{s+5}$



d) $\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{1}{(s+1)^3}$ PODE SER REALIZADA POR UMA REDE LC SIMPLESMENTE TERMINADA

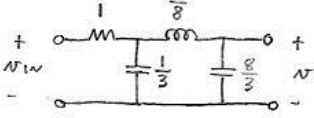


$$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+1)} = \frac{1}{s^3+3s^2+3s+1}$$

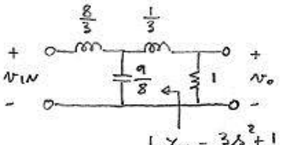
$$\frac{Z_{11}}{1} = \frac{3s^2+1}{s^3+3s}$$

EXPANDINDO NA 1ª FORMA DE CAUER:

$$\begin{array}{l|l} s^3 + 3s & 3s^2+1 \\ -s^3 - \frac{1}{3}s & \frac{1}{3}s \\ \hline 3s^2 + 1 & \frac{8}{3}s \\ -3s^2 & \frac{9}{8}s \\ \hline \frac{8}{3}s & 1 \\ -\frac{8}{3}s & \frac{8}{3}s \\ \hline 0 & \end{array}$$



PODE SER TAMBÉM:



$$1.Y_{22} = \frac{3s^2+1}{s^3+3s}$$

REDE ② EM ALTA FREQ.:

$$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} \frac{2/\!/1}{2+2/\!/1} \frac{1}{s} = \frac{b_4}{s}$$

$$= \frac{1}{2+1} \frac{2}{6+2} \frac{1}{s} = \frac{2}{24s}$$

$b_4 = \frac{1}{12}$

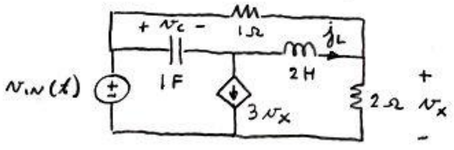
$b_0 = \frac{1}{48}$ $a_0 = \frac{1}{48}$

$a_4 = \frac{1}{2}$ $a_1 = \frac{1}{12}$

a_3 E a_2 SÃO MAIS DIFÍCEIS DE OBTER SEM ANÁLISE COMPLETA

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2007 - 2ª PROVA 7/12/2007

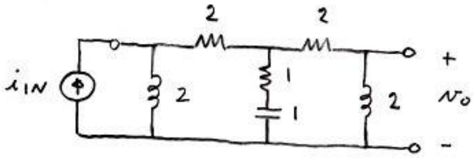
① PARA A REDE ABAIXO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO, E MOSTRE COMO ACHAR A SOLUÇÃO PELO MÉTODO DOS TRAPÉZIOS.



$v_c(0) = 0$

$j_L(0) = 0$

② PARA A REDE ABAIXO:



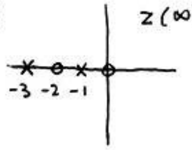
a) ONDE ESTÃO OS ZEROS DE $\frac{V_o}{I_{IN}}(s)$?

b) ONDE ESTÃO OS PÓLOS DE $\frac{V_o}{I_{IN}}(s)$?

(ACHE UMA FORMA SIMPLES PARA CALCULÁ-LOS, OBSERVANDO QUE A REDE É SIMÉTRICA)

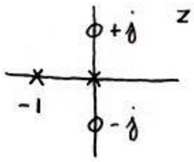
③ PARA AS CONFIGURAÇÕES DE PÓLOS E ZEROS ABAIXO, DETERMINE QUAIS PODEM SER DE IMPEDÂNCIAS, E ENCONTRE UMA REALIZAÇÃO EM ESCADA PARA OS CASOS POSSÍVEIS

a)



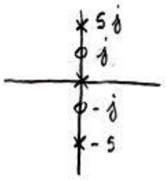
$Z(\infty) = 2$

b)



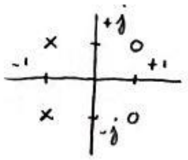
$Z(\infty) = 1$

c)



$Z(0) = 1/s$

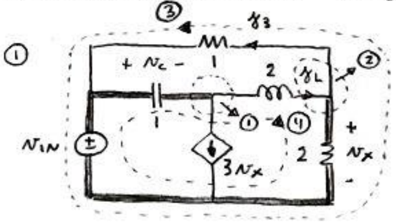
d)



$Z(\infty) = 1$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2007 - 2ª PROVA - GABARITO   21 ALUNOS

①



CORTES: ① $-sV_C + 3V_x + J_L = 0$

② $\frac{V_x}{2} - J_L + J_3 = 0$

CICLOS: ③ $J_3 + V_{IN} - V_x = 0$

④ $2sJ_L + V_x - V_{IN} + V_C = 0$

O CORTE POR V_{IN} E O CICLO POR $3v_x$ SÃO TRIVIAIS

DE 2 E 3 SAEM V_x E J_3: $J_3 = -\frac{V_x}{2} + J_L \therefore -\frac{V_x}{2} + J_L + V_{IN} - V_x = 0 \therefore V_x = \frac{2}{3}(J_L + V_{IN})$

$J_3 = -\frac{1}{3}(J_L + V_{IN}) + J_L = \frac{2}{3}J_L - \frac{1}{3}V_{IN}$

O SISTEMA VEM DE 1 E 4:

① $sV_C = 2J_L + 2V_{IN} + J_L = 3J_L + 2V_{IN}$ ④ $sJ_L = \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{3}J_L - \frac{2}{3}V_{IN} - V_C + V_{IN}\right)$

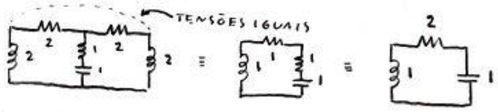
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_C \\ j_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_C \\ j_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix} v_{IN} \quad \text{OU} \quad \frac{d\vec{x}}{dt} = [A]\vec{x} + B\,v_{IN}$$

POR TRAPÉZIOS: $\vec{x}(t_0+\Delta t) = \vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}\left([A]\vec{x}(t_0) + B\,v_{IN}(t_0) + [A]\vec{x}(t_0+\Delta t) + B\,v_{IN}(t_0+\Delta t)\right)$

$\vec{x}(t_0+\Delta t) = \left[[I] - \frac{\Delta t}{2}[A]\right]^{-1}\left(\vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}[A]\vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}B\left(v_{IN}(t_0) + v_{IN}(t_0+\Delta t)\right)\right)$

② a) ZEROS EM 0, -1 E 0

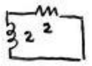
b) EM MODO COMUM:



$Z_{SÉRIE} = s + \frac{1}{s} + 2 = \frac{s^2+2s+1}{s}$

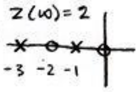
FREQÜÊNCIAS NATURAIS: -1, DUPLA

EM MODO DIFERENCIAL



F.N. = $-\frac{R}{L} = -1$ HÁ PORTANTO 3 PÓLOS EM $s = -1$ (UM É CANCELADO PELO ZERO)

③ a)



$Z(s) = \frac{2s(s+2)}{(s+1)(s+3)} = \frac{2s^2+4s}{s^2+4s+3}$ É Z_{RL}

$s^2+4s+3 \;\lfloor\; 2s^2+4s$

$-s^2-2s \quad \frac{1}{2}$

$2s^2+4s \;\lfloor\; 2s+3$

$-2s^2-3s \quad s$

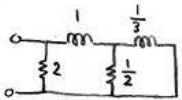
$2s+3 \;\lfloor\; s$

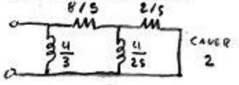
$-2s \quad 2$

$s \;\lfloor\; 3$

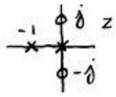
$-s \quad \frac{1}{3}s$

0





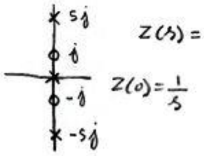
b) $Z(s) = \frac{s^2+1}{s(s+1)}$



TENTANDO EXTRAIR O PÓLO EM 0: $K_0 = sZ(s)\big|_{s=0} = 1$

$Z' = \frac{s^2+1}{s^2+s} - \frac{1}{s} = \frac{s^2+1-s-1}{s(s+1)} = \frac{s^2-s}{s(s+1)} = \frac{s-1}{s+1}$ IRREALIZÁVEL

c)



$Z(s) = \frac{25(s^2+1)}{s(s^2+25)}$ É Z_{LC} $Y = \frac{s^3+25s}{25s^2+25}$

$s^3+25s \;\lfloor\; 25s^2+25$

$-s^3-s \quad \frac{1}{25}s$

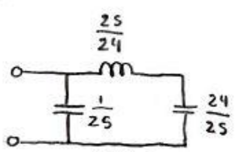
$25s^2+25 \;\lfloor\; 24s$

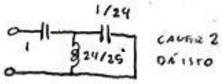
$-25s^2 \quad \frac{25}{24}s$

$24s \;\lfloor\; 25$

$-24s \quad \frac{24}{25}s$

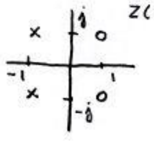
0





CAUER 2 DÁ ISTO

d)



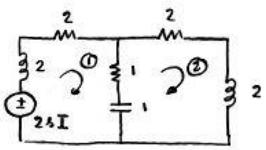
$Z(s) = \frac{s^2-2s+2}{s^2+2s+2}$ IRREALIZÁVEL DEVIDO AOS ZEROS NO SPLD

OBS: NA b, TENTANDO EXTRAIR OS PÓLOS EM $\pm j$ DE Y

$Y = \frac{s^2+s}{s^2+1} = \frac{2Ks}{s^2+1} + Y'$, ONDE $2K = \left(\frac{s^2+1}{s}\right)Y(s)\Big|_{s=\pm j} = s+1\Big|_{s=\pm j} = \pm j + 1$?! O RESÍDUO TEM QUE SER REAL > 0

AINDA: $Y(j\omega) = \frac{-\omega^2 + j\omega}{1-\omega^2}$ TEM PARTE REAL NEGATIVA SE $\omega < 1$

OBS: FAZENDO A ANÁLISE DA QUESTÃO 2 POR MALHAS.



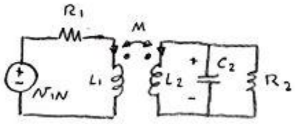
$$\begin{bmatrix} 2s+3+\frac{1}{s} & -1-\frac{1}{s} \\ -1-\frac{1}{s} & 2s+3+\frac{1}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2sI \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$I_2 = \frac{2sI\left(1+\frac{1}{s}\right)}{4s^2+6s+2+6s+9+\frac{3}{s}+2+\frac{3}{s}+\cancel{\frac{1}{s^2}}-1-\frac{2}{s}-\cancel{\frac{1}{s^2}}} = \frac{2I(s+1)}{4s^2+12s+12+\frac{4}{s}}$$

$$V_o = 2sI_2 \therefore \frac{V_o}{I} = \frac{4s^2(s+1)}{4(s^3+3s^2+3s+1)} = \frac{s^2(s+1)}{(s+1)^3}$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2008 - 2ª PROVA

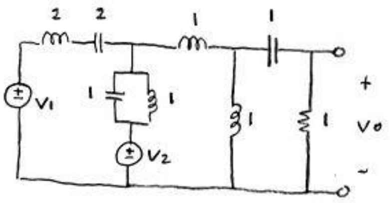
① a) ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O CIRCUITO:



C.I.: $i_{L_1}(0)$, $i_{L_2}(0)$, $v_{C_2}(0)$

b) MOSTRE COMO RESOLVÊ-LO NO TEMPO USANDO O MÉTODO "FORWARD" DE EULER

②



a) QUANTAS FREQÜÊNCIAS NATURAIS A REDE POSSUI?

b) ONDE FICAM OS ZEROS DE $\frac{V_o}{V_1}(s)$ E $\frac{V_o}{V_2}(s)$?

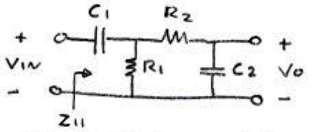
c) COMO SÃO OS POLINÔMIOS DO NUMERADOR E DO DENOMINADOR DE $\frac{V_o}{V_1}(s)$ E $\frac{V_o}{V_2}(s)$?

(NÃO OS CALCULE)

EX: $\frac{V_o}{V_x} = \frac{a_2 s^2 + a_0}{b_1 s^2 + b_1 s + b_0}$

d) MOSTRE COMO CALCULAR AS FREQÜÊNCIAS NATURAIS USANDO UMA ANÁLISE NODAL

③ ENCONTRE VALORES PARA OS COMPONENTES DO FILTRO;



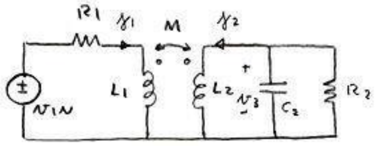
DE FORMA A TER $\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{Ks}{(s+1)(s+2)}$ E $Z_{11}(s)$ TENDO PÓLO EM $s = -1.5$

USE UM MÉTODO DE SÍNTESE

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2008 - 2ª PROVA - 28/11/2008

20 ALUNOS
1

①



a)

$$\begin{cases} L_1 \frac{dj_1}{dt} + M\frac{dj_2}{dt} = v_{IN} - R_1 j_1 \\ M\frac{dj_1}{dt} + L_2\frac{dj_2}{dt} = v_3 \\ C_2\frac{dv_3}{dt} = -j_2 - \frac{v_3}{R_2} \end{cases}$$

AS DUAS PRIMEIRAS EQUAÇÕES DEVEM SER REORGANIZADAS:

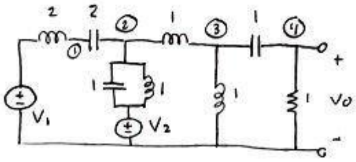
$$\begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{IN} - R_1 j_1 \\ v_3 \end{bmatrix} \therefore \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{IN} - R_1 j_1 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(v_{IN} - R_1 j_1) + \Gamma_{12} v_3 \\ \Gamma_{21}(v_{IN} - R_1 j_1) + \Gamma_{22} v_3 \end{bmatrix}$$

SISTEMA FINAL:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Gamma_{11}R_1 & 0 & \Gamma_{12} \\ -\Gamma_{21}R_1 & 0 & \Gamma_{22} \\ 0 & -\frac{1}{C_2} & -\frac{1}{R_2C_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ v_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{11} \\ \Gamma_{21} \\ 0 \end{bmatrix} v_{IN} \quad \text{ou} \quad \frac{d\vec{x}}{dt} = [A]\vec{x} + [B]u$$

b) $\vec{x}(t_0 + \Delta t) \approx \vec{x}(t_0) + \Delta t\left([A]\vec{x}(t_0) + [B]u(t_0)\right)$

②



a) O CIRCUITO TEM 7 F.N., UMA EM O E 6 NO SPLE

b) $\frac{V_o}{V_1}$: $\infty, 0, \infty, 0, \infty, 0, 0$ = 3 NO ∞ E 3 EM 0

CANCELADO PELA F.N. EM O

$\frac{V_o}{V_2}$: $\pm j, \pm\frac{1}{2}j, \infty, \overset{\downarrow}{0}, 0 = \pm j, \pm\frac{1}{2}j, \infty$ E 0

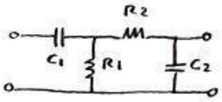
c) $$\frac{V_o}{V_1} = \frac{b_3 s^3}{a_6 s^6 + a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2^2 s + a_1 s + a_0} \qquad \frac{V_o}{V_2} = \frac{K s (s^2+1)(s^2+\frac{1}{4})}{a_6 s^6 + \cdots \text{ (IDEM) } + a_0} = \frac{b_5 s^5 + b_3 s^3 + b_1 s}{a_6 s^6 + \cdots + a_0}$$

d) SERIA ACHAR AS RAÍZES DE $s^4 \det[Y_m(s)]$ ONDE:

$$[Y_m(s)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2s} + 2s & -2s & 0 & 0 \\ -2s & \frac{2}{s} + 3s & -\frac{1}{s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{s} & \frac{2}{s} + s & -s \\ 0 & 0 & -s & s+1 \end{bmatrix}$$

a	.5
b1	.5
b2	.5
c	.5
d	1.33

③



ANALISANDO A REDE DE 2 PORTAS COM PARÂMETROS Z

$V_{IN} = Z_{11} I_1$
$V_2 = Z_{21} I_1$ $\therefore \frac{V_2}{V_{IN}} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{N_{21}}{N_{11}} \therefore N_{11} = (s+1)(s+2)$, $Z_{11} = \frac{N_{11}}{D}$

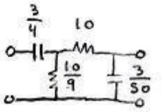
O DENOMINADOR DE $Z_{11} = Z_{IN}$ TEM QUE TER PÓLO ENTRE -1 E -2. FOI DADO QUE TEM EM -1.5. Z_{11} TAMBÉM TEM PÓLO EM O, PELA ESTRUTURA.

Z_{11} PODE SER $\frac{(s+1)(s+2)}{s(s+1.5)} = \frac{s^2+3s+2}{s^2+1.5s}$ OU ISTO MULTIPLICADO POR UMA CONSTANTE, PARA OUTRO NÍVEL DE IMPEDÂNCIA.

Z_{11} TEM PÓLO EM O $K_0 = s Z_{11}\big|_{s=0} = \frac{2}{1.5} = \frac{4}{3} \therefore C_1 = \frac{3}{4}$

EXTRAINDO: $Z_{11}' = \frac{s^2+3s+2}{s^2+1.5s} - \frac{4}{3s} = \frac{s^2+3s+2-\frac{4}{3}s-2}{s^2+1.5s} = \frac{s^2+\frac{5}{3}s}{s^2+\frac{3}{2}s} = \frac{s+\frac{5}{3}}{s+\frac{3}{2}}$

$\frac{1}{Z_{11}'} = \frac{s+\frac{3}{2}}{s+\frac{5}{3}}$ É CONSTANTE EM O, $K_0 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \therefore R_1 = \frac{10}{9}$



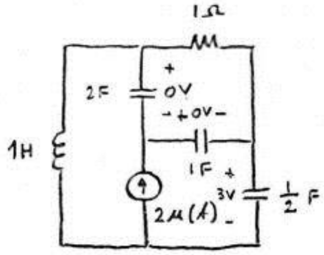
EXTRAINDO: $\frac{1}{Z_{11}''} = \frac{s+\frac{3}{2}}{s+\frac{5}{3}} - \frac{9}{10} = \frac{s+\frac{3}{2}-\frac{9}{10}s-\frac{3}{2}}{s+\frac{5}{3}} = \frac{\frac{1}{10}s}{s+\frac{5}{3}} \therefore Z_{11}' = 10 + \frac{50}{3s} = R_2 + \frac{1}{sC_2}$

VERIFICANDO:
$Z(\infty) = \frac{10}{9} // 10$
$= 1$, OK
$Z(0) = \frac{1}{\frac{3}{4}s}$, OK

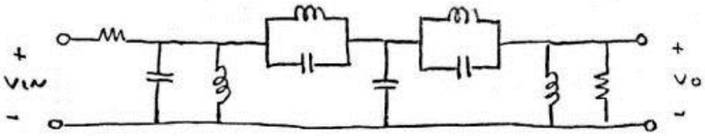
$R_1 R_2 C_1 C_2 = \frac{10}{9} \times 10 \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{50} = \frac{1}{2}$ OK, DEVE SER O INVERSO DE 2

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2009 - 2ª PROVA

① OBTENHA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE CALCULE AS TENSÕES NOS CAPACITORES, E APENAS ELAS. EM TRANSFORMADA DE LAPLACE



(2) DADA A ESTRUTURA DE UM FILTRO ABAIXO:



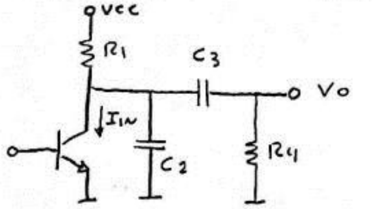
a - QUAL A ORDEM DE COMPLEXIDADE?

b - ONDE ESTÃO OS PÓLOS E ZEROS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$?

c - COMO PODERIA FICAR O GRÁFICO DE $\left|\frac{V_O}{V_{IN}}(j\omega)\right|$?

d - ENCONTRE UMA OUTRA ESTRUTURA, SEM TANQUES LC PARALELOS, QUE POSSA PRODUZIR A MESMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

(3) DESEJA-SE CONSTRUIR UM AMPLIFICADOR COM A ESTRUTURA:



DIMENSIONE A REDE RC DE FORMA A OBTER A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

$$\frac{V_O}{\Delta I_{IN}} = \frac{Ks}{(s+1)(s+3)}$$

COM $R_1 = 1\Omega$

DICA: $\frac{V_O}{\Delta I_1}$ É UM PARÂMETRO Z, Z_{12}. OBTENHA UMA IMPEDÂNCIA Z_{11} CONSISTENTE E A REALIZE

COMO MODIFICAR O CIRCUITO SE $R_1 = 1000\ \Omega$?

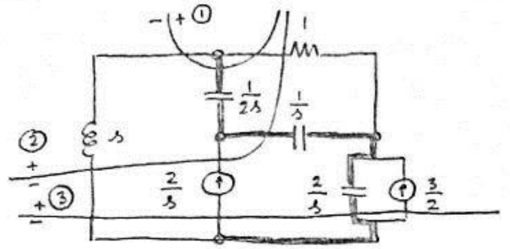
FÓRMULAS:

FOSTER I RC: $Z_{RC} = K_\infty + \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+P_1} + \cdots$

$$Y_{RC} = K_\infty s + K_0 + \frac{K_1 s}{s+P_1} + \cdots$$

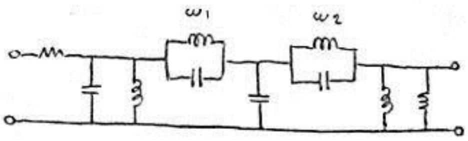
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2009 - 2ª PROVA - GABARITO

① BASTA FAZER UMA ANÁLISE DE CORTES



$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 2s+\frac{1}{s}+1 & \frac{1}{s}+1 & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s}+1 & s+\frac{1}{s}+1 & \frac{1}{s} \\ \frac{1}{s} & \frac{1}{s} & \frac{s}{2}+\frac{1}{s} \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \\ V_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{s} \\ \frac{2}{s}+\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

②

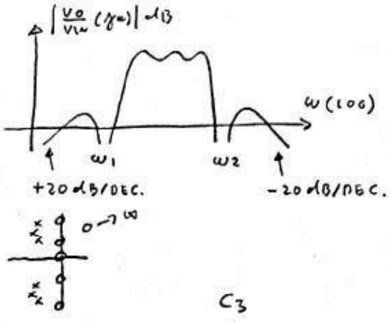


a) ORDEM = 8 - 1 CICLO C = 7

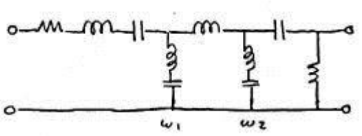
b) 6 PÓLOS NO SPLE E 1 EM 0 DEVIDO AO CICLO DE INDUTORES, CANCELADO COM UM ZERO

ZEROS: ∞, 0, ±jω₁, ±jω₂ E MAIS UM EM ZERO CANCELANDO O PÓLO NO DIVISOR INDUTIVO

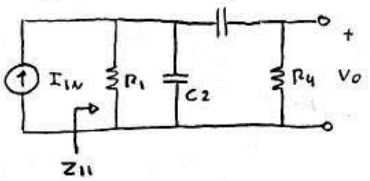
c)



d) UMA ESTRUTURA DUAL:



③



SE $\frac{V_O}{I_{IN}} = Z_{21} = \frac{Ks}{(s+1)(s+3)}$

Z_{11} TEM O MESMO DENOMINADOR, UM ZERO ENTRE -1 E -3, É CONSTANTE EM 0, COM $Z_{11}(0) = 1$ E TEM 0 NO ∞

Z_{11} PODE SER $Z_{11} = \frac{\frac{3}{2}(s+2)}{(s+1)(s+3)} = \frac{\frac{3}{2}s+3}{s^2+4s+3}$

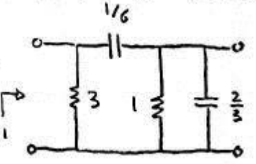
A ESTRUTURA É UMA 2ª FORMA DE FOSTER RC

$$\frac{1}{Z_{11}} = \frac{s^2+4s+3}{\frac{3}{2}s+3} = K_\infty s + K_0 + \frac{K_1 s}{s+2}$$

$$K_\infty = \frac{2}{3} \quad K_0 = 1 \quad K_1 = \left(\frac{s+2}{s}\right)\frac{1}{Z_{11}}\bigg|_{s=-2} = \frac{4-8+3}{\frac{3}{2}(-2)} = \frac{1}{3}$$

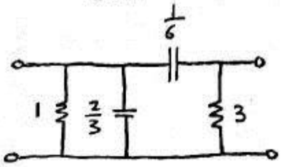
$$\frac{1}{Z_{11}} = \frac{2}{3}s + 1 + \frac{\frac{1}{3}s}{s+2}$$

NOTAR QUE TAMBÉM HÁ UMA SOLUÇÃO ASSIM:

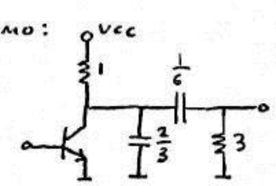


PODE SER CALCULADA PELA 2ª FORMA DE CAUER DE Z_{11} OU SIMPLESMENTE LIGANDO AO CONTRÁRIO A REDE CALCULADA, POIS $Z_{12} = Z_{21}$

REDE:



LIGA-SE COMO:



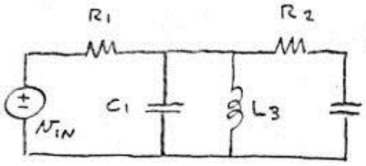
SE R₁=1000, BASTA MULTIPLICAR OS 2 RESISTORES POR 1000 E DIVIDIR OS DOIS CAPACITORES POR 1000

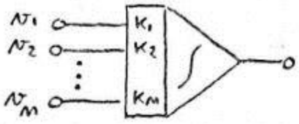
Vo FICA 1000 VEZES MAIOR

VERIFICANDO: $\frac{V_O}{-\Delta i_{IN}} = Z_{11}\frac{3}{\frac{6}{s}+3} = \frac{\frac{3}{2}(s+2)}{(s+1)(s+3)} \times \frac{s}{s+2} = \frac{\frac{3}{2}s}{(s+1)(s+3)}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2009 - 2ª PROVA

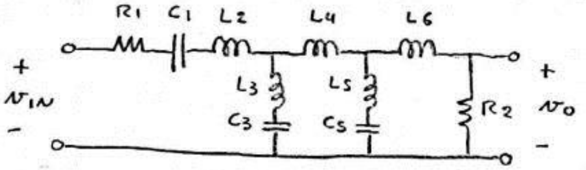
① PARA O CIRCUITO ABAIXO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO E DESENHE UM CIRCUITO BASEADO EM INTEGRADORES-SOMADORES QUE O SIMULE





$v_0 = \int (K_1v_1 + K_2v_2 + \cdots + K_Mv_M)\,dt$

② PARA A ESTRUTURA ABAIXO:



a) QUANTOS SÃO E ONDE PODEM ESTAR OS PÓLOS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$?

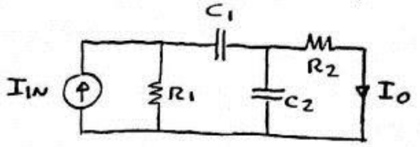
b) ONDE ESTÃO OS ZEROS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$

c) COMO PODE SER O GRÁFICO DE $\left|\frac{V_O}{V_{IN}}(j\omega)\right|$?

③ DIMENSIONE A REDE ABAIXO, USANDO UMA TÉCNICA DE SÍNTESE, DE FORMA A TER

$$\frac{I_O}{I_{IN}}(s) = \frac{Ks}{(s+1)(s+5)}$$

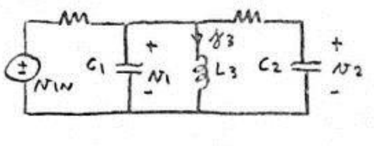
ACHE QUANTO VALE K EM FUNÇÃO DOS COMPONENTES



CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2009 - 2ª PROVA - GABARITO

11 ALUNOS

①

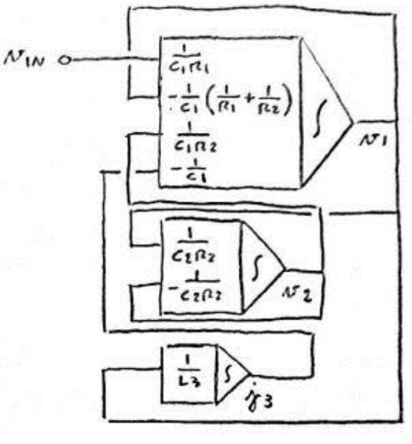


$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{v_{IN}-v_1}{R_1} - j_3 - \frac{v_1-v_2}{R_2}\right)$$

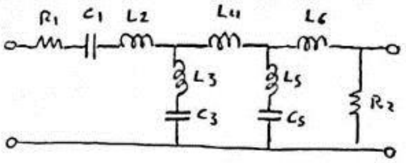
$$\frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{C_2}\left(\frac{v_1-v_2}{R_2}\right)$$

$$\frac{dj_3}{dt} = \frac{1}{L_3}\ v_1$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{C_1R_2} & -\frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{C_2R_2} & -\frac{1}{C_2R_2} & 0 \\ \frac{1}{L_3} & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1R_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{IN}$$



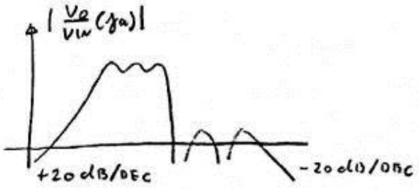
②



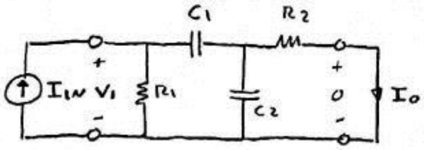
a) 8 ELEMENTOS REATIVOS E 2 CORTES INDUTIVOS : 6 PÓLOS NO SPLE, REAIS OU COMPLEXOS EM PARES CONJUGADOS

b) $0, \infty, \pm j\frac{1}{\sqrt{L_3C_3}}, \pm j\frac{1}{\sqrt{L_5C_5}}$ SÃO 6 TAMBÉM

c) É UM FILTRO PASSA-BAIXAS DE 5ª ORDEM COM UM ZERO EM 0



③



USANDO PARÂMETROS Y :

$$I_{IN} = Y_{11}V_1 + Y_{12}\,0$$
$$-I_o = Y_{21}V_1 + Y_{22}\,0$$

$$\frac{I_o}{I_{IN}} = -\frac{Y_{21}}{Y_{11}} = -\frac{N_{21}}{N_{11}} .$$

$N_{11} = (s+1)(s+5)$ D_{11} PODE SER $(s+3)$ PARA PÓLOS E ZEROS ALTERNADOS. A ESTRUTURA PÕE UM PÓLO NO ∞ EM Y_{11}. $Y_{11} = \frac{(s+1)(s+5)}{s+3}$ BASTA EXPANDIR NA 2ª FORMA DE CAUER (ABAIXO) TROCANDO OS DOIS ÚLTIMOS ELEMENTOS

USANDO PARÂMETROS Z, Z_{22} ESTÁ NA 1ª FORMA DE CAUER COM R1 E C1 TROCADOS, $N_{22} = (s+1)(s+5)$

$$V_1 = Z_{11}I_{IN} + Z_{12}(-I_o)$$
$$0 = Z_{21}I_{IN} + Z_{22}(-I_o)$$

$$Z_{21}I_{IN} = Z_{22}I_o \quad \frac{I_o}{I_{IN}} = \frac{Z_{21}}{Z_{22}} = \frac{N_{21}}{N_{22}}$$

$D_{22} = s(s+3)$ POIS A ESTRUTURA PÕE UM PÓLO EM 0 EM Z_{22}

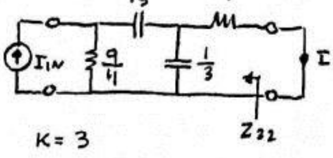
$$Z_{22} = \frac{(s+1)(s+5)}{s(s+3)} = \frac{s^2+6s+5}{s^2+3s}$$

EXPANDINDO Y_{11} EM CAUER 2:

$$\frac{I_o}{I_{IN}}(s) = \frac{K}{s} = \frac{1}{sC_2}\frac{1}{R_2}$$

$$K = \frac{1}{C_2R_2}$$

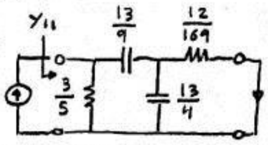
$$\begin{array}{l|l} s^2+6s+5 & s^2+3s \\ \hline -s^2-3s & 1 \\ s^2+3s & 3s+5 \\ -s^2-\frac{5}{3}s & \frac{1}{3}s \\ 3s+5 & \frac{4}{3}s \\ -3s & \frac{9}{4} \\ \frac{4}{3}s & 5 \\ -\frac{4}{3}s & \frac{4}{15}s \\ 0 & \end{array}$$



K= 3

$$\begin{array}{l|l} 5+6s+s^2 & 3+s \\ \hline -5-\frac{5}{3}s & \frac{5}{3} \\ 3+s & \frac{13}{3}s+s^2 \\ -3-\frac{9}{13}s & \frac{9}{13s} \\ \frac{13}{3}s+s^2 & \frac{4}{13}s \\ -\frac{13}{3}s & \frac{169}{12} \\ \frac{4}{13}s & s^2 \\ -\frac{4}{13}s & \frac{4}{13s} \\ 0 & \end{array}$$

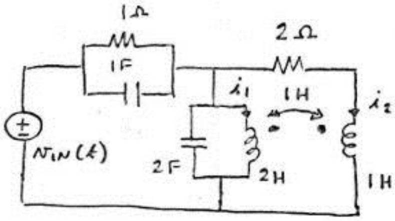
$$K = \frac{4}{13}\,\frac{169}{12} = 13/3$$



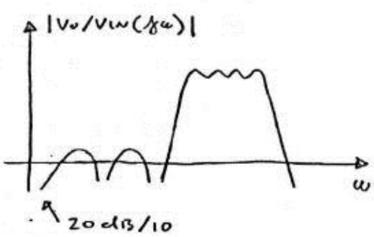
AS DUAS SOLUÇÕES SÃO DIFERENTES MESMO

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2010 - 2ª PROVA

① ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O CIRCUITO:



② PARA |Vo/VIN(jω)| COM A FORMA:



a) QUAL UMA POSSÍVEL LOCALIZAÇÃO DOS PÓLOS E ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$?

b) DESENHE UMA ESTRUTURA PASSIVA QUE POSSA REALIZAR A FUNÇÃO, MOSTRANDO PORQUE ELA REALIZA OS PÓLOS E ZEROS REQUERIDOS

③ OBTENHA UMA REALIZAÇÃO LC SIMPLESMENTE TERMINADA COM TERMINAÇÃO DE 1Ω NA ENTRADA PARA

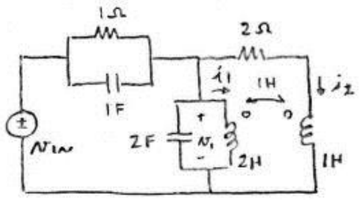
$$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{K s^2}{s^4 + s^3 + 1.75 s^2 + 0.75 s + 0.25} = \frac{K' s^2}{4s^4 + 4s^3 + 7s^2 + 3s + 1}$$

EXPLIQUE ONDE ESTÃO OS ZEROS E QUE COMPONENTES OS REALIZAM

QUANTO VALE K'?

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2010 - 2ª PROVA - GABARITO 28 ALUNOS

①



① $s2V_1 = \frac{V_{IN}-V_1}{1} + s\left(V_{IN}-V_1\right) - I_1 - I_2$

② $s2I_1 + sI_2 = V_1$

③ $sI_1 + sI_2 = V_1 - 2I_2$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2-1}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

REARRUMANDO:

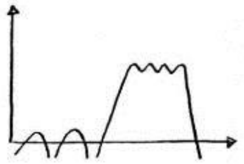
$s3V_1 = -V_1 - I_1 - I_2 + V_{IN} + sV_{IN}$

$$s\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_1 - 2I_2 \end{bmatrix} \therefore s\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_1 - 2I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cancel{V_1} - \cancel{V_1} + 2I_2 \\ -V_1 + 2V_1 - 4I_2 \end{bmatrix}$$

FORMA FINAL:

$$s\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{IN} \\ sV_{IN} \end{bmatrix}$$

②

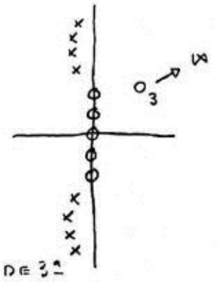


a) 4 PARES DE PÓLOS COMPLEXOS

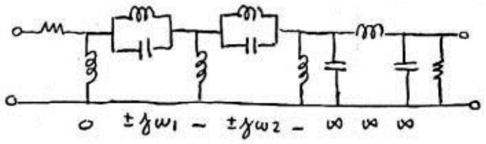
1 ZERO EM 0

2 PARES DE ZEROS EM $j\omega$

3 ZEROS NO ∞ PARA COMPLETAR 8



b) UMA ESTRUTURA PASSA-ALTAS DE 5ª ORDEM E UMA PASSA-BAIXAS DE 3ª



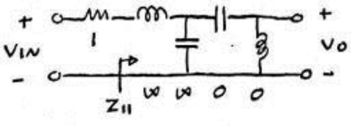
ORDEM: 10, COM 2 F.N. EM 0

NA SAÍDA SÓ APARECEM 8 F.N., QUE SÃO OS 8 PÓLOS, NO SPLE.

ZEROS COMO INDICADO.

③ $\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{Ks^2}{4s^4+4s^3+7s^2+3s+1}$

ESTRUTURA PREVISTA:



É A 1ª FORMA DE CAUER PARA Z_{11} COM OS DOIS ÚLTIMOS ELEMENTOS TROCADOS

$Z_{11} = \frac{De}{Do} = \frac{4s^4+7s^2+1}{4s^3+3s}$

$4s^4 + 7s^2 + 1 \;\big|\; 4s^3+3s$

$-4s^4 - 3s^2 \qquad 1s$

$4s^3+3s \;\big|\; 4s^2+1$

$-4s^3 - s \qquad 1s$

$4s^2+1 \;\big|\; 2s$

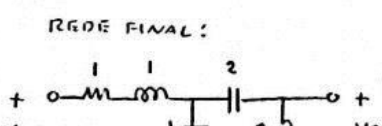
$-4s^2 \qquad 2s$

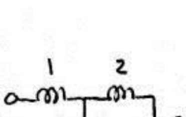
$2s \;\big|\; 1$

$-2s \qquad 2s$

0

REDE FINAL:





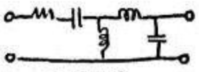
EM ALTA FREQUÊNCIA

$\frac{V_o}{V_{IN}} \approx \frac{\frac{1}{s}}{1+s+\frac{1}{s}} = \frac{1}{s^2+s+1} \approx \frac{s^2}{s^4} \therefore K=4$

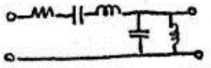
EM BAIXA FREQUÊNCIA, PARA CONFERIR

$\frac{V_o}{V_{IN}} \approx \frac{2s}{1+2s+\frac{1}{2s}} = \frac{4s^2}{4s^2+2s+1} \approx 4s^2 \therefore K=4$

OUTRAS ESTRUTURAS:



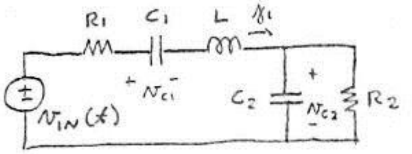
CAUER 2
+ TROCA



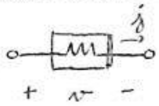
FOSTER 1

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2010 - 2ª PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO ESCREVA O SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO



- MOSTRE COMO RESOLVER O SISTEMA USANDO O MÉTODO "FORWARD" DE EULER
- O QUE MUDA SE OS RESISTORES FOREM NÃO LINEARES?



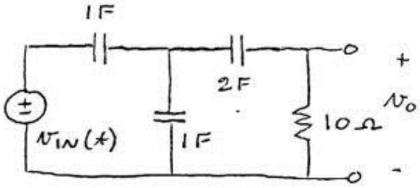
$i = f(v)$

POLARIDADES

\+ −

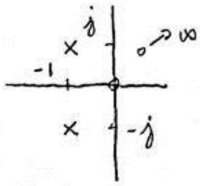
\+
−

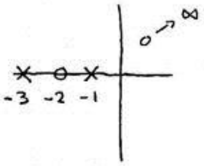
② PARA O CIRCUITO:

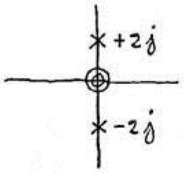


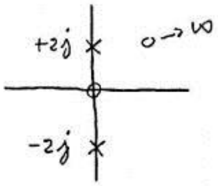
- QUAL A ORDEM DE COMPLEXIDADE?
- QUAIS SÃO AS FREQUÊNCIAS NATURAIS?
- QUAIS SÃO AS F.N. DE v_o?
- QUAIS SÃO OS PÓLOS E ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$?

③ PARA AS CONFIGURAÇÕES DE PÓLOS E ZEROS ABAIXO, DETERMINE QUAIS PODEM SER IMPEDÂNCIAS RLCM E ENCONTRE UMA REALIZAÇÃO NOS CASOS POSSÍVEIS



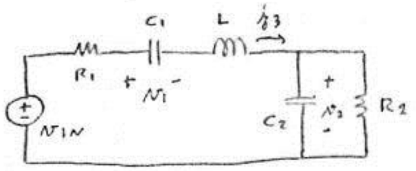






CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2010 - 2ª PROVA - GABARITO 23 ALUNOS

①



$sC_1V_1 = J_3$

$sLJ_3 = V_{IN} - R_1J_3 - V_1 - V_2$

$sC_2V_2 = J_3 - V_2/R_2$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \\ 0 & -\frac{1}{R_2C_2} & \frac{1}{C_2} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{R_1}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_{IN}$$

RESOLUÇÃO FE:

$$\frac{dx}{dt} = [A]\vec{x} + [B]\vec{\mu}$$

$$\vec{x}(t_0+\Delta t) = \vec{x}(t_0) + \Delta t\left([A]\vec{x}(t_0) + [B]\vec{\mu}(t_0)\right)$$

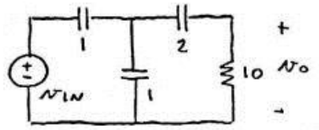
$$\begin{bmatrix} v_1(t_0+\Delta t) \\ v_2(t_0+\Delta t) \\ j_3(t_0+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(t_0) \\ v_2(t_0) \\ j_3(t_0) \end{bmatrix} + \Delta t\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \\ 0 & -\frac{1}{R_2C_2} & \frac{1}{C_2} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & -\frac{R_1}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1(t_0) \\ v_2(t_0) \\ j_3(t_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_{IN}(t_0)\right)$$

CALCULA-SE O ESTADO A INTERVALOS Δt PARTINDO DAS C.I. EM $t = 0$

SE OS RESISTORES FOREM NÃO LINEARES;

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_3/C_1 \\ -f(v_2)/C_2 + j_3/C_2 \\ -(v_1+v_2)/L + v_{IN} - f^{-1}(j_3)/L \end{bmatrix} = \vec{F}\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ j_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} v_1(t_0+\Delta t) \\ v_2(t_0+\Delta t) \\ j_3(t_0+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1(t_0) \\ v_2(t_0) \\ v_3(t_0) \end{bmatrix} + \Delta t\,\vec{F}\begin{pmatrix} v_1(t_0) \\ v_2(t_0) \\ j_3(t_0) \end{pmatrix}$$

②



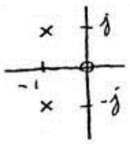
ORDEM = 3 REATIVOS - UM CICLO C = 2

F.N. : 0 E -0.1, DEVIDO AO CORTE C E PORQUE O RESISTOR VÊ C = 1F

F.N. DE v_0 : -0.1 APENAS

PÓLOS : -0.1 ZEROS : 0

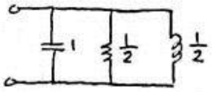
③

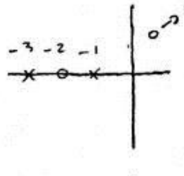


PODE SER RLC SE A PARTE REAL FOR ≥ 0. MAIS FÁCIL EXAMINAR A ADMITÂNCIA

$$Y(s) = \frac{s^2+2s+2}{s} \Rightarrow \mathrm{RE}\,Y(j\omega) = \mathrm{RE}\left(\frac{-\omega^2+2j\omega+2}{j\omega}\right) = 2 \text{ OK}$$

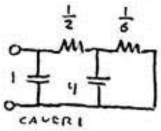
$Y = s + 2 + \frac{2}{s}$ (ÓBVIO)





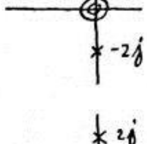
$$\text{É } Z_{RC} = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)} = \frac{s+2}{s^2+4s+3}$$

$$\begin{array}{l} s^2+4s+3 \;\big|\; \underline{s+2} \\ \underline{-s^2-2s} \quad s \\ s+2 \;\big|\; \underline{2s+3} \\ \underline{-s-\frac{3}{2}} \quad \frac{1}{2} \\ 2s+3 \;\big|\; \underline{\tfrac{1}{2}} \\ \underline{-2s} \quad 4s \\ \frac{1}{2} \;\big|\; \underline{3} \\ \underline{-\frac{1}{2}} \quad \frac{1}{6} \\ 0 \end{array}$$

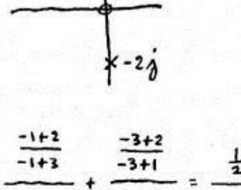


CAUER 1

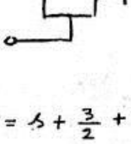
$$\begin{array}{l} 3+4s+s^2 \;\big|\; \underline{2+s} \\ \underline{-3-\frac{3}{2}s} \quad \frac{3}{2} \\ 2+s \;\big|\; \underline{\tfrac{5}{2}s+s^2} \\ \underline{-2-\frac{4}{5}s} \quad \frac{4}{5s} \\ \frac{5}{2}s+s^2 \;\big|\; \underline{\tfrac{1}{5}s} \\ \underline{-\frac{5}{2}s} \quad \frac{25}{2} \\ \frac{1}{5}s \;\big|\; \underline{s^2} \\ \underline{-\frac{1}{5}s} \quad \frac{1}{5s} \\ 0 \end{array}$$

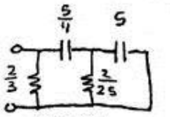


NÃO PODEM EXISTIR ZEROS MÚLTIPLOS EM 0



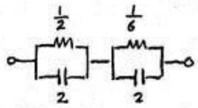
$$Z = \frac{s}{s^2+4} \text{ É UM TANQUE LC}$$





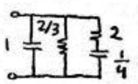
CAUER 2

$$Z = \frac{\frac{-1+2}{-1+3}}{s+1} + \frac{\frac{-3+2}{-3+1}}{s+3} = \frac{\frac{1}{2}}{s+1} + \frac{\frac{1}{2}}{s+3}$$



FOSTER 1

$$Y = s + \frac{3}{2} + \frac{\frac{(-2+1)(-2+3)}{-2}s}{s+2} = s + \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2}s}{s+2}$$

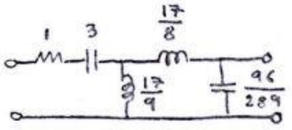


FOSTER 2

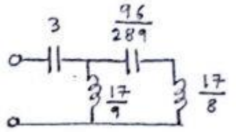
2 2010 P2 CONTINUAÇÃO

FORMAS ALTERNATIVAS:

COM A SEÇÃO PASSA-ALTAS PRIMEIRO



$$\begin{array}{llll}
1 + 7s^2 + 4s^4 & \big| \; 3s + 4s^3 & & \\
-1 - \frac{4}{3}s^2 & \frac{1}{3s} & & \\
\hline
3s + 4s^3 & \big| \; \frac{17}{3}s^2 + 4s^4 & & \\
-3s - \frac{36}{17}s^3 & \frac{9}{17s} & & \\
\hline
\frac{17}{3}s^2 + 4s^4 & \big| \; \frac{32}{17}s^3 & & \\
-\frac{17}{3}s^2 & \frac{289}{96s} & & \\
\hline
\frac{32}{17}s^4 & \big| \; 4s^4 & & \\
-\frac{32}{17}s^4 & \frac{8}{17s} & & \\
\hline
0 & & &
\end{array}$$



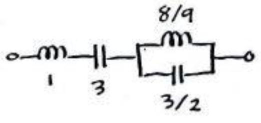
USANDO A 1ª FORMA DE FOSTER:

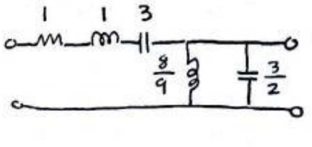
$$Z_{11} = \frac{4s^4 + 7s^2 + 1}{4s^3 + 3s} = K\infty + \frac{K_0}{s} + \frac{2K_1 s}{s^2 + \frac{3}{4}}$$

$$K\infty = 1 \quad K_0 = \frac{1}{3} \qquad 2K_1 = \left(\frac{s^2 + \frac{3}{4}}{s}\right) \frac{4s^4 + 7s^2 + 1}{4s\left(s^2 + \frac{3}{4}\right)} \Bigg|_{s^2 = -\frac{3}{4}} = \frac{4 \times \frac{9}{16} + 7 \times \left(-\frac{3}{4}\right) + 1}{4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)} =$$

$$= \frac{\frac{9}{4} - \frac{21}{4} + 1}{-3} = \frac{-\frac{12}{4} + 1}{-3} = \frac{-3+1}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$Z_{11} = s + \frac{1}{3s} + \frac{\frac{2}{3}s}{s^2 + \frac{3}{4}}$$





ACHANDO K:

EM ALTA FREQUÊNCIA:

1ª REDE:

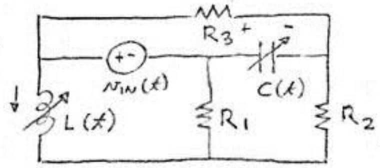
$$\frac{V_o}{V_{IN}} \approx \frac{\frac{289}{96s}}{1 + \frac{17}{8}s + \frac{289}{96s}} \approx \frac{\frac{289}{96}}{\frac{17}{8}s^2 + s + \frac{289}{96}} \quad \therefore \quad \frac{K}{4} = \frac{289}{96} \times \frac{8}{17} = \frac{17}{12} \quad \therefore \; K = \frac{17}{3}$$

2ª REDE:

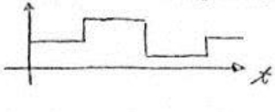
$$\frac{V_o}{V_{IN}} \approx \frac{\frac{2}{3s}}{1 + s + \frac{2}{3s}} = \frac{\frac{2}{3}}{s^2 + s + \frac{2}{3}} \quad \therefore \quad \frac{K}{4} = \frac{2}{3} \quad \therefore \; K = \frac{8}{3}$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2011 - SEGUNDA PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO *



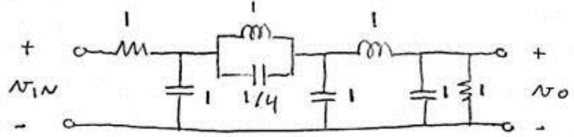
C(t) E L(t) VARIAM EM DEGRAUS



MOSTRE COMO RESOLVER O SISTEMA NO TEMPO USANDO O MÉTODO "BACKWARD" DE EULER

* USE O MÉTODO SISTEMÁTICO

② DADO O FILTRO NORMALIZADO ABAIXO:



a) SEM CALCULAR $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$, DIGA ONDE PODEM ESTAR OS PÓLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

b) OBTENHA UMA VERSÃO PASSA-ALTAS, COM TERMINAÇÕES DE 100 Ω E ZERO DE TRANSMISSÃO EM 1 KHZ. PLOTE, APROXIMADAMENTE, $|V_o/V_{IN}(j\omega)|$ DESTE FILTRO

③ PARA AS FUNÇÕES ABAIXO, DIGA QUAIS PODEM SER IMPEDÂNCIAS DE REDES RLC, E ACHE UMA FORMA DE REALIZAÇÃO NOS CASOS POSSÍVEIS. EXPLIQUE.

a) $Z(s) = \frac{(s+1)(s+5)}{(s+2)}$

c) $Z(s) = \frac{(s-1)(s-5)}{(s-2)}$

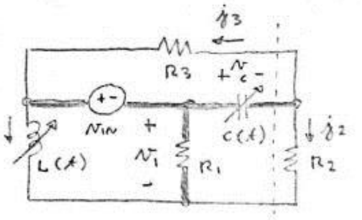
b) $Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+5)}{(s^2+2)}$

d) $Z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+5)}{s(s^2+2)}$

28 ALUNOS

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2011 - SEGUNDA PROVA - 6/7/2011

①



USANDO CARGAS E FLUXOS NÃO HÁ PROBLEMA COM $\frac{d}{dt}$ $L, C = f(t)$

CORTE DE C: $\frac{dq}{dt} = i_2 + i_3$

CICLO DE L: $\frac{d\phi}{dt} = v_1 + v_{IN}$

} EQ. DE ESTADO

$v_C = \frac{q}{C(t)}$

$i_L = \frac{\phi}{L(t)}$

EQUAÇÕES AUXILIARES:

CORTE DE R1: $\frac{v_1}{R_1} + i_L + i_2 = 0$

CICLO DE R2: $R_2 i_2 - v_1 + v_C = 0$

} SISTEMA DE EQ. $\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & 1 \\ -1 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -i_L \\ -v_C \end{bmatrix}$

CICLO DE R3: $R_3 i_3 = -v_C - v_{IN}$

$i_3 = -\frac{v_C}{R_3} - \frac{v_{IN}}{R_3}$

$v_1 = \frac{-R_2 i_L + v_C}{\frac{R_2}{R_1} + 1}$ $\quad i_2 = \frac{-\frac{v_C}{R_1} - i_L}{\frac{R_2}{R_1} + 1}$

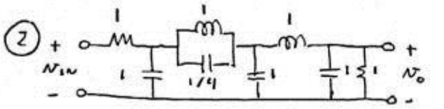
SUBSTITUINDO:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{-\frac{v_C}{R_1} - i_L}{\frac{R_2}{R_1} + 1} - \frac{v_C}{R_3} - \frac{v_{IN}}{R_3}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{-R_2 i_L + v_C}{\frac{R_2}{R_1} + 1} + v_{IN}$$

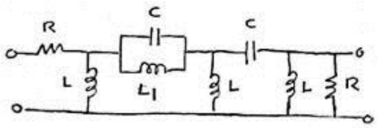
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{L(t)\left(\frac{R_2}{R_1}+1\right)} & \frac{1}{C(t)}\left(\frac{-\frac{1}{R_1}}{\frac{R_2}{R_1}+1} - \frac{1}{R_3}\right) \\ \frac{-R_2}{\left(\frac{R_2}{R_1}+1\right)L(t)} & \frac{1}{C(t)}\,\frac{1}{\frac{R_2}{R_1}+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_3} \\ 1 \end{bmatrix} v_{IN}$$

②



a) PÓLOS: 5 NO SPLE, ZEROS: 3 NO ∞, $\pm j2$ $\quad sC \to \frac{\omega_P}{s} C$

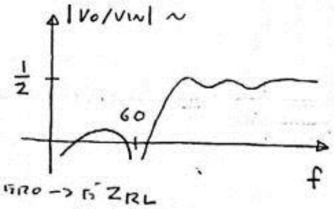
b) $s \to \frac{\omega_P}{s}$ TAL QUE $s = \pm j2$ LEVE A $\pm j2\pi 1000$ $\quad sL \to \frac{\omega_P}{s} L$



$\omega_P = 4\pi 1000 = 4000\pi$

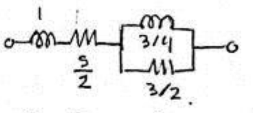
$R = 100$

$L = \frac{100}{4000\pi}$ $\quad C = \frac{1}{400000\pi}$ $\quad L_1 = \frac{400}{4000\pi}$



③ a) $Z(s) = \frac{(s+1)(s+5)}{(s+2)}$ PÓLOS E ZEROS ALTERNADOS NO SERN, PRIMEIRO UM ZERO -> É Z_{RL}

$$Z = K_\infty s + K_0 + \frac{K_1 s}{s+2} = s + \frac{5}{2} + \frac{\frac{(-2+1)(-2+5)}{-2} s}{s+2} = s + \frac{5}{2} + \frac{\frac{3}{2} s}{s+2}$$

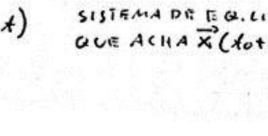


b) $z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+5)}{(s^2+2)}$ FALTA PÓLO EM 0 PARA SER LC. NÃO É IMPEDÂNCIA. $°N = °D + 2$

c) $z(s) = \frac{(s-1)(s-5)}{(s-2)}$ INSTÁVEL

d) $z(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+5)}{s(s^2+2)}$ PÓLOS E ZEROS ALTERNADOS EM $j\omega$ -> É Z_{LC}

$$z = K_\infty s + \frac{K_0}{s} + \frac{2K_1 s}{s^2+2} = s + \frac{\frac{5}{2}}{s} + \frac{\frac{(-2+1)(-2+5)}{-2} s}{s^2+2} \quad = \frac{3}{2} s$$



① SOLUÇÃO B.E.

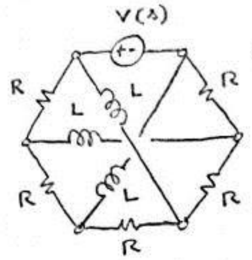
$$\frac{d\vec{x}}{dt} = [A(t)]\vec{x} + [B]\vec{u} \qquad \vec{x}(t_0+\Delta t) = \vec{x}(t_0) + \Delta t\left([A(t_0+\Delta t)]\vec{x}(t_0+\Delta t) + [B]u(t_0+\Delta t)\right)$$

$$\left([I] - \Delta t[A(t_0+\Delta t)]\right)\vec{x}(t_0+\Delta t) = \vec{x}(t_0) + \Delta t\,[B]u(t_0+\Delta t)$$

SISTEMA DE EQ. LINEARES
QUE ACHA $\vec{x}(t_0+\Delta t)$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2011 - 2ª PROVA

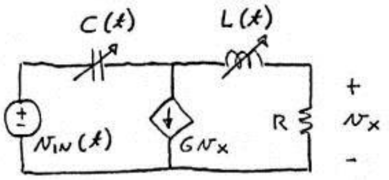
① PARA O CIRCUITO NÃO PLANAR ABAIXO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE CALCULE AS CORRENTES NOS 3 INDUTORES CRUZADOS E NA FONTE DE TENSÃO DIRETAMENTE.



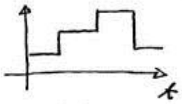
C.I. NULAS

QUANTAS SÃO E ONDE DEVEM ESTAR AS FREQUÊNCIAS NATURAIS DA CORRENTE PELA FONTE?
(NÃO PRECISA CALCULAR)

② PARA O CIRCUITO ABAIXO ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO E MOSTRE COMO ACHAR A SOLUÇÃO PELO MÉTODO DOS TRAPÉZIOS.



C(t) E L(t) VARIAM POR DEGRAUS



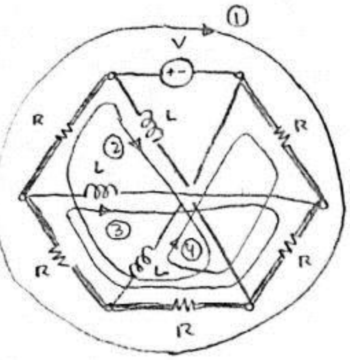
QUAL A IMPLICAÇÃO DISTO NA FORMA DE ESCREVER AS EQUAÇÕES?

③ VERIFIQUE QUAIS DAS FUNÇÕES PODEM SER IMPEDÂNCIAS OU ADMITÂNCIAS DE REDES PASSIVAS, E PARA OS CASOS POSSÍVEIS ENCONTRE DUAS REALIZAÇÕES, UMA COMO IMPEDÂNCIA E OUTRA COMO ADMITÂNCIA.

a) $\frac{s^2+s+1}{s^2+1}$ b) $\frac{s^3+s+1}{s+1}$ c) $\frac{s^2+2s}{s+1}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2011 - 2ª PROVA - GABARITO   27 ALUNOS

①

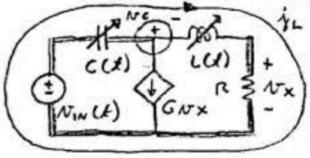


EQUAÇÕES DOS CICLOS

$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 5R & 3R & 3R & 3R \\ 3R & sL+3R & 2R & R \\ 3R & 2R & sL+3R & 2R \\ 3R & R & 2R & sL+3R \end{array}\right] \end{array} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A REDE É DE ORDEM 3, E TEM 3 F.N. NO SERN, POIS É LR. A SIMETRIA DA REDE VISTA PELA FONTE DEVE REDUZIR O NÚMERO DE F.N. EM I_1 PARA 2, MAS NÃO É SIMPLES VER COMO. NOTAR QUE C.I. NOS INDUTORES EM "X" PRODUZEM O MESMO EFEITO EM I_1.

② COMO C(t) E L(t) TEM DERIVADAS INFINITAS, NÃO SE PODE USAR TENSÕES E CORRENTES COMO VARIÁVEIS DE ESTADO. USANDO ENTÃO CARGAS E FLUXOS:



$$\frac{dq}{dt} + Gv_x + j_L = 0 \qquad \frac{dq}{dt} = \left(-\frac{GR}{L} - \frac{1}{L}\right)\phi(t)$$

$$\frac{d\phi}{dt} + Rj_L - v_{IN} - v_C = 0 \qquad \frac{d\phi}{dt} = -\frac{R}{L}\phi(t) + \frac{q(t)}{C} + v_{IN}(t).$$

$$q = Cv_C \;\therefore\; v_C = \frac{q}{C} \qquad v_x = Rj_L \qquad L = L(t),\; C = C(t)$$

$$\phi = Lj_L \;\therefore\; j_L = \frac{\phi}{L}$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} q(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{GR}{L} - \frac{1}{L} & 0 \\ -\frac{R}{L} & \frac{1}{C} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q(t) \\ \phi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_{IN}(t)$$

$$\dot{x} = [A]\vec{x} + [B]\vec{u}$$

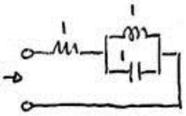
$$\vec{x}(t_0+\Delta t) = \vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}\Big([A]\vec{x}(t_0) + [B]\vec{u}(t_0) + [A]\vec{x}(t_0+\Delta t) + [B]\vec{u}(t_0+\Delta t)\Big)$$

([A] E [B] DEPENDEM DO TEMPO)

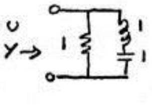
$$\vec{x}(t_0+\Delta t) = \left[[I] - \frac{\Delta t}{2}[A(t_0+\Delta t)]\right]^{-1}\left(\vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}[A(t_0)]\vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}\Big([B(t_0)]\vec{u}(t_0) + [B(t_0+\Delta t)]\vec{u}(t_0+\Delta t)\Big)\right)$$

SIMPLIFICA BASTANTE POIS $[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

③ a) $\dfrac{s^2+s+1}{s^2+1} = 1 + \dfrac{s}{s^2+1}$

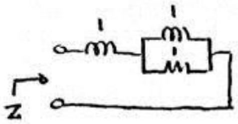


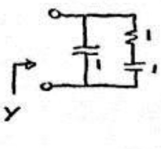
OU



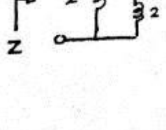
b) $\dfrac{s^3+s+1}{s+1}$ NÃO É IMPEDÂNCIA/ADMITÂNCIA PASSIVA DEVIDO A °N = °D+2

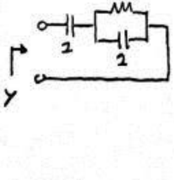
c) $\dfrac{s^2+2s}{s+1} = \dfrac{s(s+2)}{s+1}$ É Z_{RL} OU Y_{RC} $= s + \dfrac{s}{s+1}$





PODE SER TAMBÉM $\dfrac{1}{Z} = \dfrac{s+1}{s(s+2)} = \dfrac{\frac{1}{2}}{s} + \dfrac{\frac{1}{2}}{s+2}$



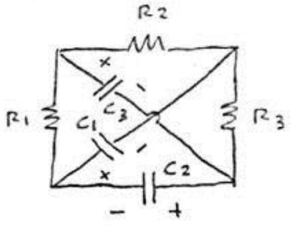


CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2012 - 2ª PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO, ESCREVA SISTEMAS EM TR. DE LAPLACE QUE CALCULEM DIRETAMENTE, E APENAS:

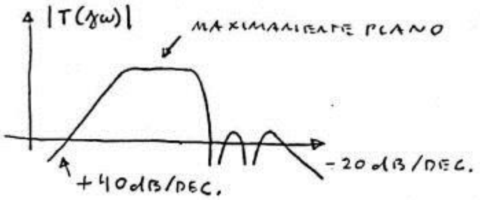
a) AS CORRENTES NOS 3 CAPACITORES

b) AS TENSÕES NOS 3 CAPACITORES



DADOS $v_1(0)$, $v_2(0)$ E $v_3(0)$, TENSÕES INICIAIS NOS CAPS.

② DESEJA-SE UM FILTRO LC DUPLAMENTE TERMINADO QUE REALIZE:



a) ONDE ESTÃO OS ZEROS DE $T(s)$?

b) QUANTOS PÓLOS TEM $T(s)$, E ONDE PODEM ESTAR, SUPONDO QUE O NÚMERO DE PÓLOS COMPLEXOS É MÁXIMO?

c) DESENHE UMA POSSÍVEL ESTRUTURA QUE SATISFAÇA A ESPECIFICAÇÃO.

d) QUAL É A ORDEM DE COMPLEXIDADE DA ESTRUTURA OBTIDA? SE FOR DIFERENTE DOS RESULTADOS EM a) E b) EXPLIQUE POR QUÊ.

③ VERIFIQUE QUAIS DAS FUNÇÕES PODEM SER IMPEDÂNCIAS DE REDES RLCM E DESENHE UMA REALIZAÇÃO NOS CASOS POSSÍVEIS

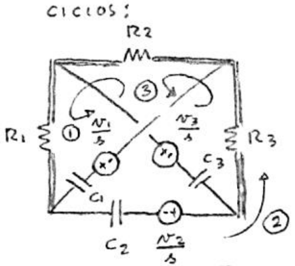
a) $Z(s) = \dfrac{s}{s^2+1} + 1$ b) $Z(s) = \dfrac{(s+1)(s+2)}{s(s+\sqrt{2})}$ c) $Z(s) = \dfrac{s}{s^3+1} + 1$

Cd

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2012 - 2ª PROVA - GABARITO 34 ALUNOS

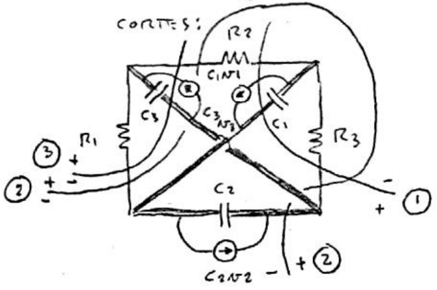
① SÃO EQUAÇÕES DE CICLOS E DE CORTES

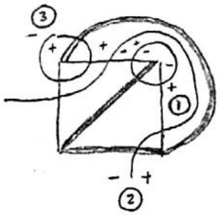
CICLOS:



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{sC_1}+R_1+R_2 & +R_1+R_2 & +R_2 \\ +R_1+R_2 & \frac{1}{sC_2}+R_1+R_2+R_3 & +R_2+R_3 \\ +R_2 & +R_2+R_3 & \frac{1}{sC_3}+R_2+R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_1(0)}{s} \\ +\frac{v_2(0)}{s} \\ -\frac{v_3(0)}{s} \end{bmatrix}$$

CORTES:

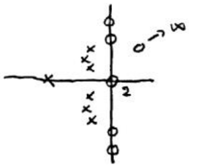




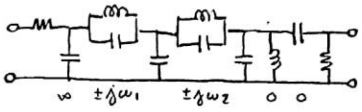
$$\begin{bmatrix} sC_1+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & +\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & +\frac{1}{R_2} \\ +\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & sC_2+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} & +\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \\ +\frac{1}{R_2} & +\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & sC_3+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1v_1(0) \\ C_2v_2(0) \\ C_3v_3(0) \end{bmatrix}$$

② a) $0, 0, \pm j\omega_1, \pm j\omega_2, \infty$

b) SE SÃO 7 ZEROS SÃO 7 PÓLOS :
3 PARES CONJUGADOS E 1 REAL

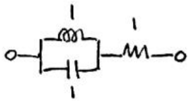


c)



d)
A ESTRUTURA É DE 7ª ORDEM
9 - 2 CICLOS CAPACITIVOS
NÃO HÁ INCONSISTÊNCIA COM a) E b)

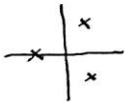
③ a) $Z(s) = \frac{s}{s^2+1}+1 =$



ZRLC

b) É ZRC , $Z = \frac{s^2+3s+2}{s^2+\sqrt{2}s}$

c) É INSTÁVEL, PÓLOS NO SPLD



$s^2+3s+2 \;\big|\; s^2+\sqrt{2}s$

$-s^2-\sqrt{2}s \qquad 1$

$s^2+\sqrt{2}s \;\big|\; (3-\sqrt{2})s+2$

$-s-\frac{2}{3-\sqrt{2}}s \qquad \frac{1}{3-\sqrt{2}}s$

$(3-\sqrt{2})s+2 \;\big|\; \left(\sqrt{2}-\frac{2}{3-\sqrt{2}}\right)s$

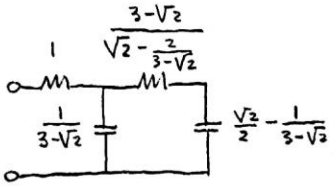
$-\cdots \qquad \frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\frac{2}{3-\sqrt{2}}}$

$\left(\sqrt{2}-\frac{2}{3-\sqrt{2}}\right)s \;\big|\; 2$

$-\cdots \qquad \frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{3-\sqrt{2}}$

0

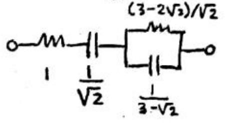
CAUER 1



b) FOSTER 1 :

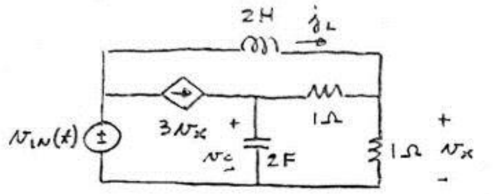
$$Z = 1 + \frac{\sqrt{2}}{s} + \frac{K}{s+\sqrt{2}}$$

$$K = \left.\frac{s^2+3s+2}{s}\right|_{s=-\sqrt{2}} = \frac{2-3\sqrt{2}+2}{-\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}-4}{\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$$

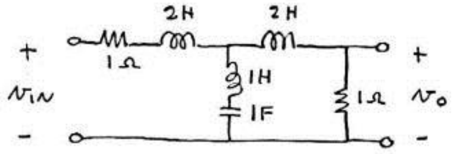


CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2012 - 2ª PROVA

① ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O CIRCUITO, E MOSTRE COMO RESOLVÊ-LO PELO MÉTODO "BACKWARD" DE EULER.



② PARA O CIRCUITO:



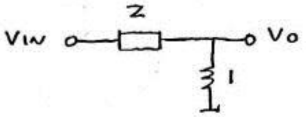
a) ENCONTRE OS ZEROS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$

b) ENCONTRE OS PÓLOS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$ USANDO A SIMETRIA

c) BASEADO NISSO, ESCREVA $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$ COMO RAZÃO DE POLINÔMIOS DE s

③ DESEJA-SE OBTER UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\frac{V_O}{V_{IN}}(s) = \frac{s^2+s}{s^2+3s+1}$

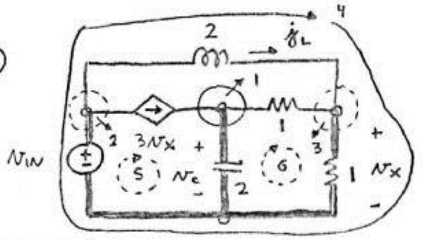
USANDO A ESTRUTURA:



ENCONTRE DUAS FORMAS POSSÍVEIS PARA A REDE Z

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2012 - 2ª PROVA - GABARITO   35 ALUNOS

①



CORTES:

1) $s2v_1 = j_5 - j_6$

2) $v_2 = v_{IN}$

3) $\frac{v_3}{1} = j_4 + j_6$

CICLOS:

4) $s2j_4 = v_2 - v_3$

5) $j_5 = 3v_x = 3v_3$

6) $1j_6 = v_1 - v_3$

É NECESSÁRIO EXPRIMIR j_5, j_6, v_2 E v_3 EM FUNÇÃO DE v_1, j_4 E v_{IN}

$v_3 = j_4 + j_6 \therefore j_6 = v_1 - j_4 - j_6 \therefore j_6 = \frac{v_1 - j_4}{2} \therefore v_3 = j_4 + \frac{v_1}{2} - \frac{j_4}{2} = \frac{j_4}{2} + \frac{v_1}{2}$

$j_5 = 3v_3 = \frac{3}{2}j_4 + \frac{3}{2}v_1$

SUBSTITUINDO:

$s2v_1 = \frac{3}{2}j_4 + \frac{3}{2}v_1 - \frac{v_1}{2} + \frac{j_4}{2} = v_1 + 2j_4 \quad \therefore \quad sv_1 = \frac{v_1}{2} + j_4$

$s2j_4 = v_{IN} - \frac{v_1}{2} - \frac{j_4}{2} \quad \therefore s j_4 = -\frac{v_1}{4} - \frac{j_4}{4} + \frac{v_{IN}}{2}$

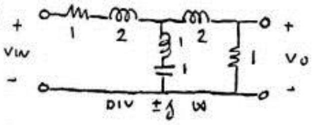
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_1 \\ j_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1 \\ j_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} v_{IN}$$

PARA RESOLVER COM B.E.; ESTÁ NA FORMA $\frac{d\vec{x}}{dt} = [A]\vec{x} + [B]\vec{u}$

$\vec{x}(t_0+\Delta t) = \vec{x}(t_0) + \Delta t\left([A]\vec{x}(t_0+\Delta t) + [B]\vec{u}(t_0+\Delta t)\right)$

$\vec{x}(t_0+\Delta t) = \left([I] - \Delta t[A]\right)^{-1}\left(\vec{x}(t_0) + \Delta t[B]\vec{u}(t_0+\Delta t)\right)$

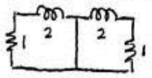
②



DIV $\pm j$ ∞

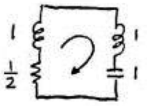
ZEROS: $\pm j, \infty$

PÓLOS: COM CORRENTES P/ DIREITA NOS DOIS INDUTORES SÉRIE E C.I. NULAS NO TANQUE LC:



$s = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{2}$ UM DOS PÓLOS

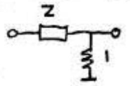
COM CORRENTES OPOSTAS:



$2s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2} = 0 \quad \therefore 2s^2 + \frac{1}{2}s + 1 = 0 \quad \therefore s = \frac{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - 8}}{4} = -\frac{1}{8} \pm j\frac{\sqrt{31}}{8}$ OS OUTROS DOIS

$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{k(s^2+1)}{(s+\frac{1}{2})(s^2+\frac{1}{4}s+\frac{1}{2})}$ COMO $\frac{V_o}{V_{IN}}(0) = \frac{1}{2}$, $k = \frac{1}{8}$ $\quad \frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{\frac{1}{8}(s^2+1)}{s^3 + \frac{3}{4}s^2 + \frac{5}{8}s + \frac{1}{4}}$

③

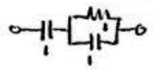


$\frac{V_o}{V_{IN}} = T = \frac{1}{Z+1} \quad \therefore Z+1 = \frac{1}{T} \therefore Z = \frac{1}{T} - 1 = \frac{s^2+3s+1}{s^2+s} - 1 = \frac{2s+1}{s^2+s} = \frac{2(s+\frac{1}{2})}{s(s+1)}$

É IMPEDÂNCIA RC

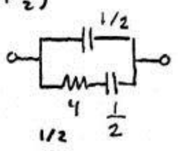
FOSTER 1: $Z = \frac{K_0}{s} + \frac{K_1}{s+1} \qquad K_0 = sZ(s)\big|_{s=0} = 1 \quad K_1 = (s+1)Z(s)\big|_{s=-1} = \frac{2(-1+\frac{1}{2})}{-1} = 1$

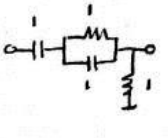
$Z = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}$

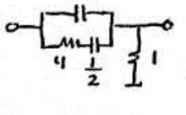


FOSTER 2: $Y = \frac{s(s+1)}{2(s+\frac{1}{2})} = K_\infty s + \frac{K_1 s}{s+\frac{1}{2}} \qquad K_\infty = \frac{Y}{s}\big|_{s=\infty} = \frac{1}{2} \quad K_1 = \left(\frac{s+\frac{1}{2}}{s}\right)Y(s)\big|_{s=-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}+1}{2} = \frac{1}{4}$

$Y = \frac{1}{2}s + \frac{\frac{1}{4}s}{s+\frac{1}{2}}$



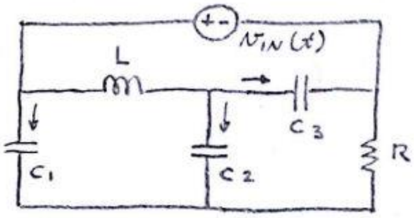




NOTAR QUE A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA TEM A FORMA DE UMA IMPEDÂNCIA POIS $\frac{1}{Z+1}$ É UMA ADMITÂNCIA VÁLIDA

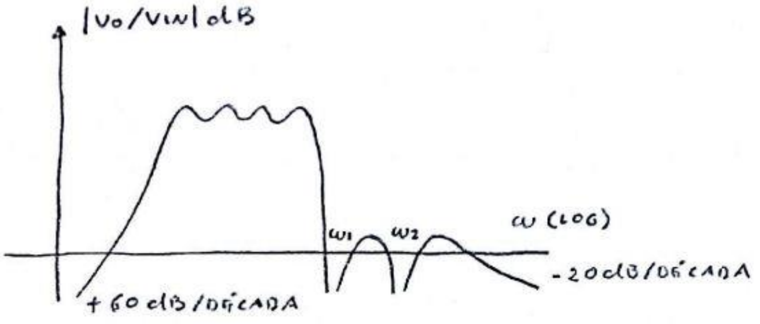
CIRCUITOS ELETRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2013 - 2ª PROVA

① ESCREVA UM SISTEMA DE CICLOS QUE CALCULE AS CORRENTES NOS CAPACITORES EM $t = t_0 + \Delta t$ USANDO O MÉTODO DOS TRAPÉZIOS



MOSTRE QUE VARIÁVEIS TEM QUE SER CALCULADAS APÓS A SOLUÇÃO, E COMO

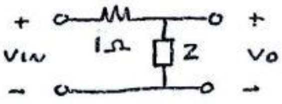
② DADO O MÓDULO DE UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE UM FILTRO



- QUAL A MÍNIMA ORDEM DE COMPLEXIDADE DO CIRCUITO?
- ONDE PODEM ESTAR OS PÓLOS E OS ZEROS?
- DESENHE UMA POSSÍVEL ESTRUTURA RLC PARA O FILTRO

③ ENCONTRE UMA REALIZAÇÃO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA, USANDO UMA REDE PASSIVA COM A ESTRUTURA DADA, PROJETE A REDE Z

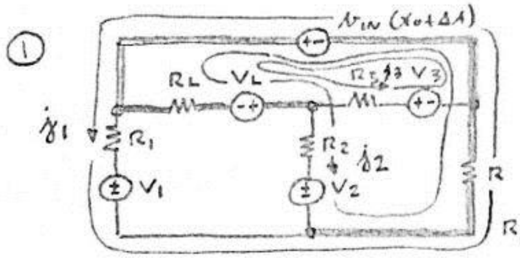
$$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{s^2+4s+3}{s^2+5s+5}$$



32 ALUNOS

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2013 - 2ª PROVA - GABARITO

①



TRAPÉZIOS:

CAPACITOR: $v(t_0+\Delta t) = v(t_0) + \frac{\Delta t}{2C}\left(i(t_0) + i(t_0+\Delta t)\right)$

INDUTOR: $i(t_0+\Delta t) = i(t_0) + \frac{\Delta t}{2L}\left(v(t_0) + v(t_0+\Delta t)\right)$

$v(t_0+\Delta t) = \frac{2L}{\Delta t}\left(i(t_0+\Delta t) - i(t_0)\right) - v(t_0)$

$R_1 = \frac{\Delta t}{2C_1}$ $V_1 = v_{C_1}(t_0) + \frac{\Delta t}{2C_1} i_1(t_0)$

$R_2 = \frac{\Delta t}{2C_2}$ $V_2 = v_{C_2}(t_0) + \frac{\Delta t}{2C_2} i_2(t_0)$ $R_3 = \frac{\Delta t}{2C_3}$ $V_3 = v_{C_3}(t_0) + \frac{\Delta t}{2C_3} i_3(t_0)$

$R_L = \frac{2L}{\Delta t}$ $V_L = v_L(t_0) + \frac{2L}{\Delta t} i_L(t_0)$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{bmatrix} R_1+R & R & 0 \\ R & R_L+R_2+R & R_L \\ 0 & R_L & R_L+R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t_0+\Delta t) \\ i_2(t_0+\Delta t) \\ i_3(t_0+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_1 + v_{IN}(t_0+\Delta t) \\ -V_2 + v_{IN}(t_0+\Delta t) + V_L \\ -V_3 + v_{IN}(t_0+\Delta t) + V_L \end{bmatrix}$$

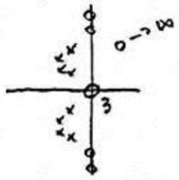
DEVE-SE CALCULAR $v_C(t_0+\Delta t) = v_C(t_0) + \frac{\Delta t}{2C}\left(i_C(t_0) + i_C(t_0+\Delta t)\right)$ PARA OS 3 CAPACITORES

E $v_L(t_0+\Delta t) = \frac{2L}{\Delta t}\left(i_L(t_0+\Delta t) - i_L(t_0)\right) - v_L(t_0)$ ONDE $i_L = i_2 + i_3$, $i_{Ci} = i_i$

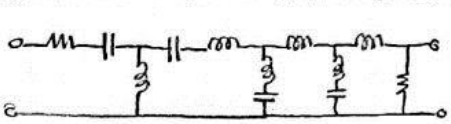
② EXISTEM 4 RESSONÂNCIAS, CORRESPONDENDO A 4 PARES DE PÓLOS COMPLEXOS

OS ZEROS TAMBÉM SÃO 8, 3 EM ZERO, 2 PARES IMAGINÁRIOS E UM NO ∞ -> ORDEM 8

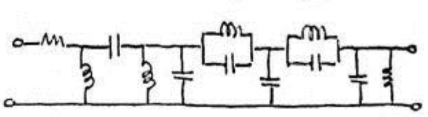
PÓLOS EM 4 PARES CONJUGADOS NO SPLE, ZEROS EM 0, 0, 0, $\pm j\omega_1$, $\pm j\omega_2$ E ∞



ESTRUTURA: UM FILTRO P.A. DE 3ª ORDEM EM CASCATA COM UM P.B. DE 5ª



OU

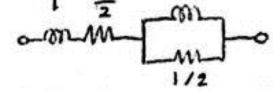


NOTAR QUE NÃO SE PODE COMBINAR AS FORMAS T COM Π, POIS FICAM FALTANDO INDUTORES OU CAPACITORES PARA REALIZAR OS 4 PARES DE PÓLOS COMPLEXOS.

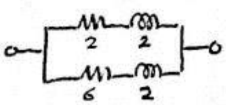
③ $T(s) = \frac{Z(s)}{1+Z(s)}$ $\therefore$ $T(s) + T(s)Z(s) = Z(s)$ $\therefore$ $Z(s) = \frac{T(s)}{1-T(s)} = \frac{s^2+4s+3}{s^2+5s+5-s^2-4s-3}$

$Z(s) = \frac{s^2+4s+3}{s+2} = \frac{(s+1)(s+3)}{s+2}$, IMPEDÂNCIA RL

FOSTER $\underline{1}$: $Z = K_\infty s + K_0 + \frac{K_1 s}{s+2} = s + \frac{3}{2} + \frac{\frac{(-2+1)(-2+3)}{-2} s}{s+2} = s + \frac{3}{2} + \frac{\frac{1}{2} s}{s+2}$



FOSTER 2: $Y = \frac{K_1}{s+1} + \frac{K_2}{s+3} = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)} = \frac{\frac{-1+2}{-1+3}}{s+1} + \frac{\frac{-3+2}{-3+1}}{s+3} = \frac{\frac{1}{2}}{s+1} + \frac{\frac{1}{2}}{s+3}$



CAUER 1:

$s^2+4s+3 \;\big|\; s+2$

$-s^2-2s \quad s$

$s+2 \;\big|\; 2s+3$

$-s-\frac{3}{2} \quad \frac{1}{2}$

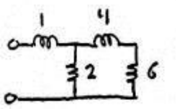
$2s+3 \;\big|\; \frac{1}{2}$

$-2s \quad 4s$

$\frac{1}{2} \;\big|\; 3$

$-\frac{1}{2} \quad \frac{1}{6}$

0



CAUER 2:

$3+4s+s^2 \;\big|\; 2+s$

$-3-\frac{3}{2}s \quad \frac{3}{2}$

$2+s \;\big|\; \frac{5}{2}s+s^2$

$-2-\frac{4}{5}s \quad \frac{4}{5s}$

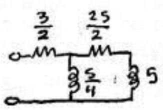
$\frac{5}{2}s+s^2 \;\big|\; \frac{1}{5}s$

$-\frac{5}{2}s \quad \frac{25}{2}$

$\frac{1}{5}s \;\big|\; s^2$

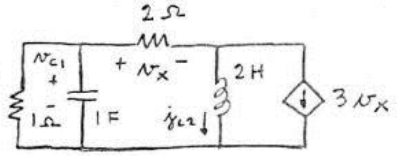
$-\frac{1}{5}s \quad \frac{1}{5s}$

0



CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2013 - SEGUNDA PROVA

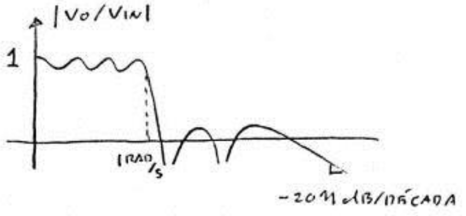
① PARA O CIRCUITO ABAIXO



a) ESCREVA O SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO

b) ENCONTRE A SOLUÇÃO PARA $V_{C1}(s)$ E $J_{L2}(s)$ QUANDO $v_{C1}(0) = 1V$, $j_{L2}(0) = 0A$

② DESEJA-SE UM FILTRO COM A RESPOSTA EM FREQUÊNCIA:



SUPONDO UMA REDE MAIS SIMPLES POSSÍVEL RLC:

- QUANTOS PÓLOS SÃO NECESSÁRIOS, E ONDE PODEM ESTAR?
- QUANTOS ZEROS NO INFINITO PODEM EXISTIR (n)?
- DESENHE DUAS POSSÍVEIS ESTRUTURAS PARA O FILTRO, COM TERMINAÇÃO NA ENTRADA E COM TERMINAÇÃO NA SAÍDA.
MOSTRE QUE ESTRUTURAS FAZEM QUE ZEROS, E MOSTRE QUE O NÚMERO DE PÓLOS ESTÁ CERTO

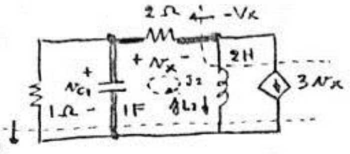
③ PARA AS FUNÇÕES ABAIXO, VERIFIQUE QUAIS PODEM SER IMITÂNCIAS DE REDES PASSIVAS, E OBTENHA DUAS SOLUÇÕES DIFERENTES NOS CASOS POSSÍVEIS. EXPLIQUE OS CASOS IMPOSSÍVEIS.

a) $Y(s) = \dfrac{s^2+11s+10}{s+2}$ b) $Y(s) = \dfrac{s^2-11s+10}{s^2+2}$

c) $Z(s) = \dfrac{2s^4+12s^2+10}{s^3+2s}$ d) $Z(s) = \dfrac{2s^4+12s^2+10}{s^2+2}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2013 - SEGUNDA PROVA - GABARITO   30 ALUNOS

①



a) $sV_1 + \frac{V_1}{1} + J_L + 3V_x = 0 \quad \therefore \; sV_1 + V_1 + J_L\left(1 - \frac{6}{5}\right) = 0$

$2sJ_2 - V_1 + V_x = 0 \qquad \therefore 2sJ_2 - V_1 - \frac{2}{5}J_L = 0$

$-\frac{V_x}{2} + J_L + 3V_x = 0 \quad \therefore \; V_x\left(\frac{1}{2} - 3\right) = J_L \quad \therefore \; V_x = -\frac{2}{5}J_L$

EQ. DE ESTADO

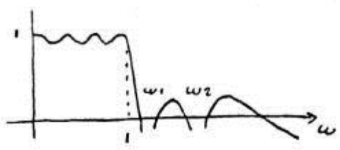
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ j_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ j_{L2} \end{bmatrix}$$

SOLUÇÃO: $\begin{bmatrix} V_1(s) \\ J_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s+1 & -\frac{1}{5} \\ -\frac{1}{2} & s-\frac{1}{5} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} v_{C1}(0) \\ j_{L2}(0) \end{bmatrix}$

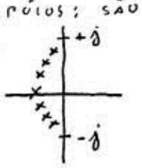
$$= \frac{1}{(s+1)\left(s-\frac{1}{5}\right) - \frac{1}{10}}\begin{bmatrix} s-\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & s+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$V_1(s) = \dfrac{s - \frac{1}{5}}{s^2 + \frac{4}{5}s - \frac{3}{10}} \qquad J_2(s) = \dfrac{\frac{1}{2}}{s^2 + \frac{4}{5}s - \frac{3}{10}}$ CIRCUITO INSTÁVEL

②

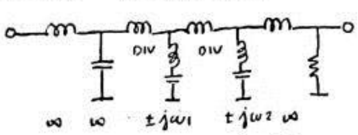


PÓLOS: SÃO 7 NO SPLE, 3 PARES COMPLEXOS E 1 REAL



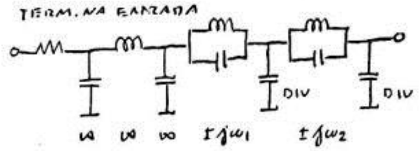
ZEROS TEM QUE SER 7 TAMBÉM: 2 PARES $\pm j\omega_1$ E $\pm j\omega_2$
E 3 ZEROS NO ∞

ESTRUTURAS: TERM. NA SAÍDA



ORDEM = 9 - 2 CORTES L = 7

TERM. NA ENTRADA

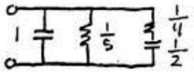


ORDEM = 9 - 2 CICLOS C = 7

③ a) $Y(s) = \dfrac{s^2 + 11s + 10}{s + 2} = \dfrac{(s+1)(s+10)}{s+2}$ É Y_{RC}

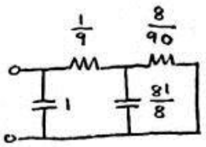
FOSTER 2: $Y(s) = s + 5 + \dfrac{K_1 s}{s+2}$

$K_1 = \left.\dfrac{(s+1)(s+10)}{s}\right|_{s=-2} = \dfrac{-1 \times 8}{-2} = 4$



CAUER 1

$$\begin{array}{l|l}
s^2 + 11s + 10 & s+2 \\
-s^2 - 2s & s \\
\hline
s+2 & 9s+10 \\
-s^2 - \frac{10}{9} & \frac{1}{9} \\
\hline
9s+10 & \frac{8}{9} \\
-9s & \frac{81s}{8} \\
\hline
\frac{8}{9} & 10 \\
-\frac{8}{9} & \frac{8}{90} \\
\hline
0 &
\end{array}$$



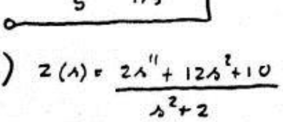
✓

b) $Y(s) = \dfrac{s^2 - 11s + 10}{s^2 + 2}$ TEM ZEROS NO SPLD → NÃO É IMITÂNCIA PASSIVA

c) $Z(s) = \dfrac{2s^4 + 12s^2 + 10}{s^3 + 2s} = 2\,\dfrac{(s^2+1)(s^2+5)}{s(s^2+2)}$ É Z_{LC}

FOSTER 1: $Z(s) = 2s + \dfrac{5}{s} + \dfrac{2K_1 s}{s^2+2}$

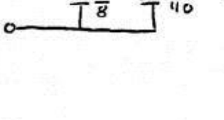
$2K_1 = \left.\dfrac{2(s^2+1)(s^2+5)}{s^2}\right|_{s^2=-2} = \dfrac{2 \times (-1) \times (3)}{-2} = 3$



✓

CAUER 1

$$\begin{array}{l|l}
2s^4 + 12s^2 + 10 & s^3+2s \\
-2s^4 - 4s^2 & 2s \\
\hline
s^3 + 2s & 8s^2+10 \\
-s^3 - \frac{10}{8}s & \frac{1}{8}s \\
\hline
8s^2+10 & \frac{3}{4}s \\
-8s^2 & \frac{32}{3}s \\
\hline
\frac{3}{4}s & 10 \\
-\frac{3}{4}s & \frac{3}{40}s \\
\hline
0 &
\end{array}$$

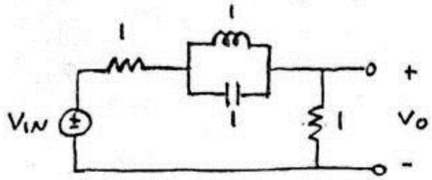


✓

d) $Z(s) = \dfrac{2s^4 + 12s^2 + 10}{s^2 + 2}$ TEM 2 PÓLOS NO ∞, $°N - °D = 2$ → NÃO É IMITÂNCIA

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2014 - SEGUNDA PROVA

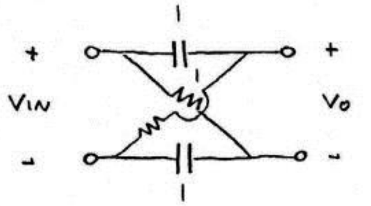
① DADA A REDE PASSIVA NORMALIZADA ABAIXO, ENCONTRE UM CIRCUITO USANDO APENAS RESISTORES, CAPACITORES E AMP. OPERACIONAIS QUE SIMULE SUA FUNÇÃO, SIMULANDO AS EQUAÇÕES DE ESTADO EM FORMA INTEGRAL



(NOTE QUE V_o NÃO É VARIÁVEL DE ESTADO)

DIGA COMO ALTERAR O CIRCUITO PARA QUE $\frac{V_o}{V_{IN}}(j\omega)$ SEJA NULA EM 1KRAD/S E SEJAM USADOS RESISTORES DE 1KΩ NO MÍNIMO

② PARA A REDE ABAIXO:



USANDO UMA ANÁLISE NODAL CALCULE:

- $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$
- AS FREQUÊNCIAS NATURAIS DA REDE
- OS POLOS E ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$

PLOTE $|V_o/V_{IN}(j\omega)|$

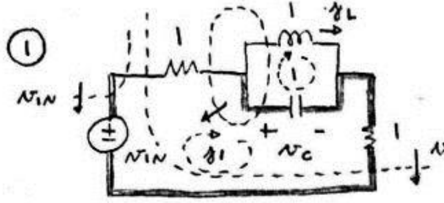
③ PARA AS FUNÇÕES ABAIXO, DETERMINE QUAIS PODEM SER IMITÂNCIAS RC E ENCONTRE UMA REALIZAÇÃO EM ESCADA NOS CASOS POSSÍVEIS, EXPLIQUE.

a) $Z(s) = \frac{s+2}{s^2+s}$ b) $Z(s) = \frac{s+1}{s^2+2s}$ c) $Y(s) = \frac{s^2+4s+3}{10s+20}$

d) $Z(s) = \frac{s^2+1}{s^3+2s}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II – 1º SEMESTRE DE 2014 – SEGUNDA PROVA – GABARITO

①



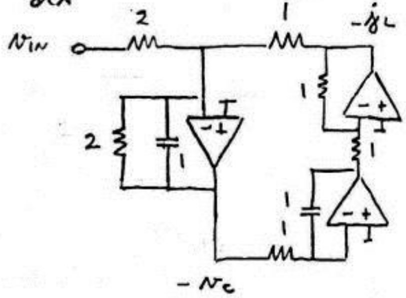
$$\frac{dv}{dt} + j_L - j_1 = 0 \qquad v_o - j_1 = 0$$

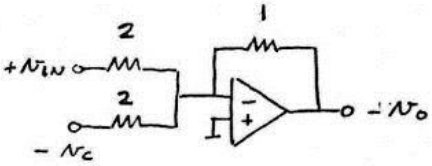
$$\frac{dj_L}{dt} - v_c = 0 \qquad j_1 + v_c + v_o - v_{IN} = 0$$

ACHANDO j_1: $j_1 = v_{IN} - v_c - v_o = v_{IN} - v_c - j_1 \quad \therefore \quad j_1 = \frac{v_{IN} - v_c}{2}$ E $v_o = j_L$

$$\frac{dv_c}{dt} = -j_L + \frac{v_{IN} - v_c}{2} \qquad v_c = \int\left(-j_L - \frac{v_c}{2} + \frac{v_{IN}}{2}\right) dt \qquad -v_c = -\int\left(-j_L - \frac{v_c}{2} + \frac{v_{IN}}{2}\right) dt$$

$$\frac{dj_L}{dt} = v_c \qquad j_L = \int v_c \, dt \qquad -j_L = +\int -v_c \, dt$$



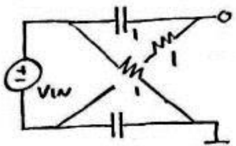


DESNORMALIZAÇÃO:

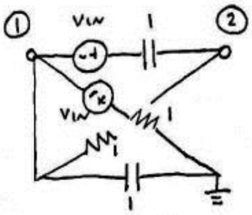
R × 1000

C ÷ 1000000

②



→



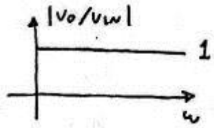
$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2s+2 & -s-1 \\ 2 & -s-1 & s+1 \end{array} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_{IN}(s+1) \\ sV_{IN} \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_O}{V_{IN}}(s) = \frac{2s^2+2s-s^2-2s-1}{2s^2+4s+2-s^2-2s-1} = \frac{s^2-1}{s^2+2s+1} = \frac{s-1}{s+1}$$

F.N. DA REDE: −1 DUPLA

POLOS: −1, −1

ZEROS: −1, +1 HÁ UM CANCELAMENTO POLO/ZERO EM −1



$$|V_O/V_{IN}| = \frac{\sqrt{-\omega^2+1}}{\sqrt{-\omega^2+1}} = 1$$ É UM FILTRO PASSA-TUDO

③ a) $Z(s) = \frac{s+2}{s(s+1)}$ PÓLOS E ZEROS NÃO SE ALTERNAM, NÃO É RC

b) $Z(s) = \frac{s+1}{s(s+2)}$ É Z_{RC} CAUER I:

$s^2+2s \;\big|\; s+1$

$-s^2-s \quad s$

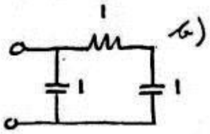
$s+1 \;\big|\; s$

$-s \quad 1$

$s \;\big|\; 1$

$-s \quad s$

0

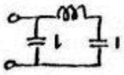


COMEÇA COM C// POIS
Y TEM PÓLO NO ∞

VERIFICANDO: $Z(0) = \frac{1}{2s}$

c) $Y(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{10(s+2)}$ É Y_{RC}

d) $Z(s) = \frac{s^2+1}{s(s^2+2)}$ É Z_{LC}, NÃO RC



REALIZAÇÃO, NÃO PEDIDA

$s^2+4s+3 \;\big|\; 10s+20$

$-s^2-2s \quad \frac{1}{10}s$

$10s+20 \;\big|\; 2s+3$

$-10s-15 \quad 5$

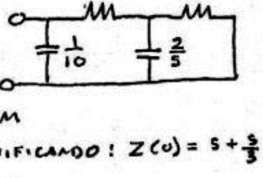
$2s+3 \;\big|\; 5$

$-2s \quad \frac{2}{5}s$

$5 \;\big|\; 3$

$-5 \quad \frac{5}{3}$

0

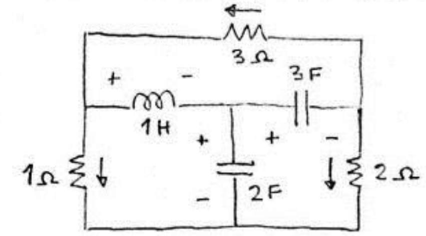


IDEM

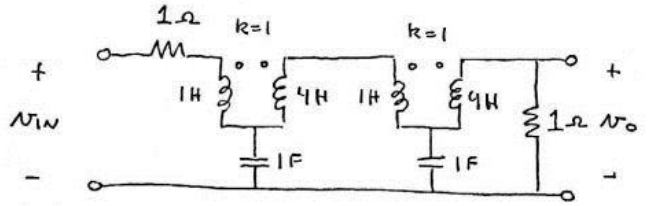
VERIFICANDO: $Z(0) = 5 + \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2014 - 2ª PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO, ESCREVA UM SISTEMA QUE CALCULE AS TENSÕES SOBRE OS ELEMENTOS REATIVOS EM $t = t_0 + \Delta t$ E OUTRO QUE CALCULE AS CORRENTES SOBRE OS RESISTORES, NOS SENTIDOS MOSTRADOS, USANDO O MÉTODO DOS TRAPÉZIOS, CONHECIDA A SOLUÇÃO EM $t = t_0$.



② PARA O CIRCUITO ABAIXO:



- QUANTOS POLOS TEM $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$, E ONDE PODEM ESTAR? (NÃO ANALISE)
- ONDE ESTÃO OS ZEROS DE $\frac{V_O}{V_{IN}}(s)$?
- QUANTO VALE $\frac{V_O}{V_{IN}}(0)$?
- QUANTO VALE $\frac{V_O}{V_{IN}}(\infty)$?

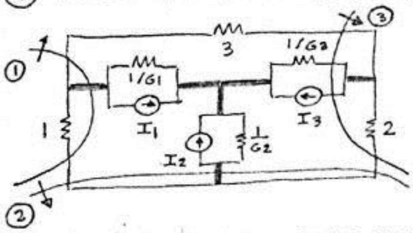
③ PARA AS FUNÇÕES ABAIXO, DETERMINE QUE RELAÇÕES DEVEM EXISTIR PARA O TERMO X PARA QUE AS FUNÇÕES POSSAM SER IMPEDÂNCIAS DE REDES PASSIVAS, E MOSTRE UMA REALIZAÇÃO POSSÍVEL PARA CADA CASO

a) $Z(s) = \dfrac{s(s+X)(s+5)}{(s+1)(s+2X)}$

b) $Z(s) = \dfrac{s^2 + Xs + 1}{s^3 + 4s}$

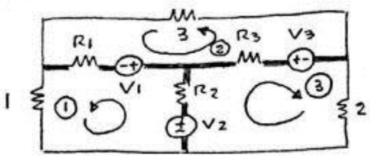
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2014 - 2ª PROVA - GABARITO 11 ALUNOS

① PARA ACHAR TENSÕES SOBRE RAMOS USA-SE UM SISTEMA DE CORTES



$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} 1 & \quad 2 & \quad 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1+\frac{1}{3}+G_1 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 1+\frac{1}{2}+G_2 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+G_3 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} v_1(t_0+\Delta t) \\ v_2(t_0+\Delta t) \\ v_3(t_0+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

PARA ACHAR CORRENTES SOBRE RAMOS USA-SE UM SISTEMA DE CICLOS



$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix} 1 & \quad 2 & \quad 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1+R_1+R_2 & -R_1 & R_2 \\ -R_1 & 3+R_1+R_3 & R_3 \\ R_2 & R_3 & 2+R_2+R_3 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} i_1(t_0+\Delta t) \\ i_2(t_0+\Delta t) \\ i_3(t_0+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_2-V_1 \\ V_1-V_3 \\ V_2-V_3 \end{bmatrix}$$

TRAPÉZIOS: CAPACITOR: $v(t_0+\Delta t) = v(t_0) + \frac{\Delta t}{2C}\left(i(t_0) + i(t_0+\Delta t)\right)$ $R_1 = \frac{2}{\Delta t}$ $R_2 = \frac{\Delta t}{4}$ $R_3 = \frac{\Delta t}{6}$

INDUTOR: $i(t_0+\Delta t) = i(t_0) + \frac{\Delta t}{2L}\left(v(t_0) + v(t_0+\Delta t)\right)$ $G_1 = \frac{\Delta t}{2}$ $G_2 = \frac{4}{\Delta t}$ $G_3 = \frac{6}{\Delta t}$

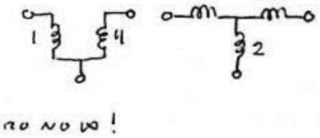
$I_1 = i_L(t_0) + \frac{\Delta t}{2} v_L(t_0)$ $I_2 = \frac{4}{\Delta t} v_{C_1}(t_0) - i_{C_1}(t_0)$ $I_3 = \frac{6}{\Delta t} v_{C_2}(t_0) - i_{C_2}(t_0)$

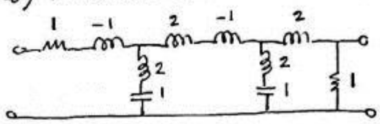
$V_1 = \frac{2}{\Delta t} i_L(t_0) - v_L(t_0)$ $V_2 = v_{C_1}(t_0) + \frac{\Delta t}{4} i_{C_1}(t_0)$ $V_3 = v_{C_2}(t_0) + \frac{\Delta t}{6} i_{C_2}(t_0)$

② a) TRANSFORMADORES COM ACOPLAMENTO CERRADO SÃO ELEMENTOS DE ORDEM 1

EXISTEM ENTÃO 4 ELEMENTOS REATIVOS: 4 POLOS EM $V_o/V_{IN}(s)$

b) MUDANDO OS TRANSFORMADORES PARA A FORMA T: $M = 1\sqrt{1\times 4} = 2$





$1 = L_a + 2 \therefore L_a = -1$

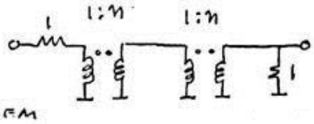
$4 = L_b + 2 \therefore L_b = 2$

ZEROS: 2 PARES $\pm j\frac{1}{\sqrt{2}}$ NÃO HÁ ZERO NO ∞!

c) $V_o/V_{IN}(0) = \frac{1}{2}$, DIVISOR RESISTIVO

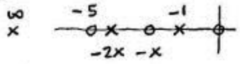
$n = \sqrt{\frac{4}{1}} - 2$

d) MODELO EM ALTA FREQUÊNCIA:



$\frac{V_o}{V_{IN}} = \frac{\frac{1}{n^4}}{1+\frac{1}{n^4}} n^2 = \frac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{16}} = \frac{4}{17}$

③ a) É Z_{RL} SE POLOS E ZEROS SE ALTERNAREM



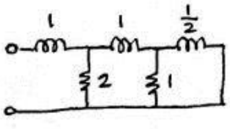
$x \geqslant 1$, $2x \leqslant 5 \rightarrow x \leqslant 2.5$ NOS LIMITES OCORREM CANCELAMENTOS

b) EXAMINANDO A PARTE REAL: $Z(j\omega) = \frac{-\omega^2 + j\omega x + 1}{-j\omega^3 + 4j\omega}$ $\therefore \operatorname{Re} Z(j\omega) = \frac{\omega x}{-\omega^3 + 4\omega}$

QUALQUER VALOR > 0 DE X LEVA A PARTE REAL NEGATIVA PARA $\omega > 2$ => A ÚNICA POSSIBILIDADE É $x = 0$

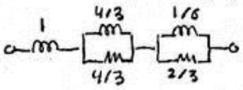
REALIZAÇÃO DE a) COM $x = 2$

$$Z(s) = \frac{s(s+2)(s+5)}{(s+1)(s+4)} = \frac{s^3 + 7s^2 + 10s}{s^2 + 5s + 4}$$



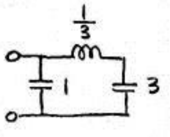
$$\begin{array}{l} s^3+7s^2+10s \; \underline{|\, s^2+5s+4} \\ \underline{-s^3-5s^2-4s} \quad s \\ s^2+5s+4 \; \underline{|\, 2s^2+6s} \\ \underline{-s^2-3s} \quad \frac{1}{2} \\ 2s^2+6s \; \underline{|\, 2s+4} \\ \underline{-2s^2-4s} \quad s \\ 2s+4 \; \underline{|\, 2s} \\ \underline{-2s} \quad 1 \\ 2s \; \underline{|\, 4} \\ \underline{-2s} \quad \frac{1}{2}s \\ 0 \end{array}$$

$Z = s + \frac{\frac{4}{3}s}{s+1} + \frac{\frac{2}{3}s}{s+4}$



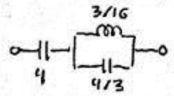
REALIZAÇÃO DE b) COM $x = 0$

$$Z(s) = \frac{s^2+1}{s^3+4s}$$



$$\begin{array}{l} s^3+4s \; \underline{|\, s^2+1} \\ \underline{-s^3-s} \quad s \\ s^2+1 \; \underline{|\, 3s} \\ \underline{-s^2} \quad \frac{1}{3}s \\ 3s \; \underline{|\, 1} \\ \underline{-3s} \quad 3s \\ 0 \end{array}$$

$Z = \frac{\frac{1}{4}}{s} + \frac{\frac{3}{4}s}{s^2+4}$

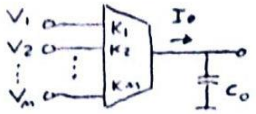


CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2015 - 2ª PROVA

① DADO O CIRCUITO:

a) ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA ELE

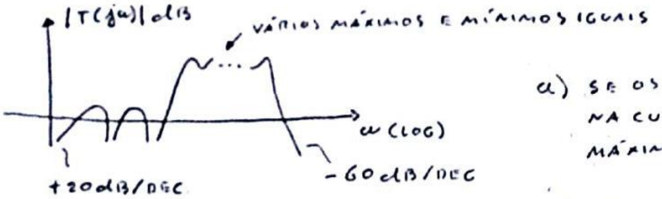
b) DESENHE UM CIRCUITO QUE O SIMULE USANDO INTEGRADORES Gm-C DO TIPO:



$$V_0 = \frac{1}{C_0}\int I_0\,dt = \frac{1}{C_0}\int (K_1V_1 + K_2V_2 + \cdots + K_mV_m)\,dt$$

c) SE O PROTÓTIPO TIVER CAPACITORES COM VALORES PEQUENOS E INDUTORES COM VALORES GRANDES, COMO MF E MH, COMO FAZER PARA QUE OS CAPACITORES DA REALIZAÇÃO ATIVA FIQUEM COM VALORES SIMILARES?

② DADO O MÓDULO DE UMA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA $\frac{V_o}{V_{IN}}$:



a) SE OS ZEROS SÃO APENAS OS VISÍVEIS NA CURVA, E OS EM jω SÃO SIMPLES, QUANTOS MÁXIMOS PODEM EXISTIR NA BANDA PASSANTE?

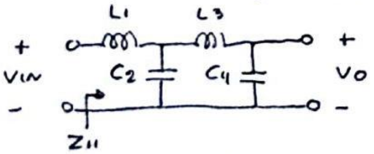
b) DESENHE UMA POSSÍVEL CONFIGURAÇÃO DE POLOS E ZEROS

c) DESENHE UMA POSSÍVEL ESTRUTURA LC DUPLAMENTE TERMINADA QUE REALIZE A FUNÇÃO

③ DESEJA-SE REALIZAR O FILTRO:

$$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{4}{(s^2+1)(s^2+4)}$$

COM A ESTRUTURA:



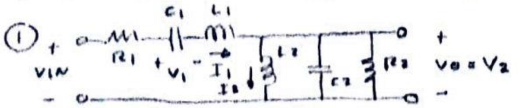
USANDO UMA SÍNTESE NÃO TERMINADA A PARTIR DE Z11

a) SE L1 = 1H QUE FAIXA DE VALORES PODE TER C2? POR QUÊ?

b) COMPLETE A SÍNTESE USANDO C2 NA MÉDIA ENTRE OS LIMITES

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2015 - 2ª PROVA - GABARITO 15 ALUNOS

①



EQ. DE ESTADO, JÁ NA FORMA INTEGRAL:

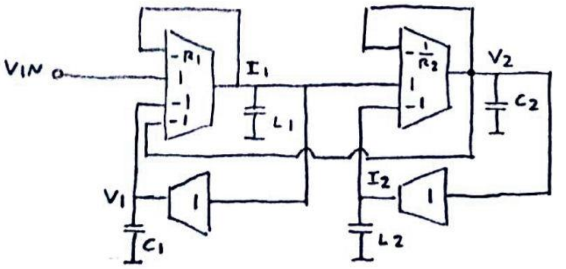
$$V_1 = \frac{1}{C_1}\int I_1\,dt$$

$$I_1 = \frac{1}{L1}\int (V_{IN} - R_1 I_1 - V_1 - V_2)\,dt$$

$$I_2 = \frac{1}{L_2}\int V_2\,dt$$

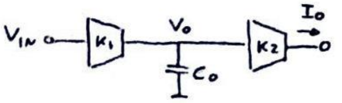
$$V_2 = \frac{1}{C_2}\int \left(I_1 - I_2 - \frac{V_2}{R_2}\right)dt$$

REALIZAÇÃO



PARA OBTER VALORES SIMILARES PARA OS CAPACITORES PODE-SE PARTIR DE PROTÓTIPO NORMALIZADO EM IMPEDÂNCIA E DESNORMALIZAR O CIRCUITO ATIVO.

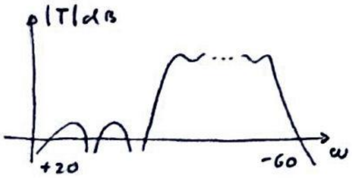
TAMBÉM É POSSÍVEL AJUSTAR OS NÍVEIS DE IMPEDÂNCIA DOS INTEGRADORES SEPARADAMENTE E TAMBÉM OS NÍVEIS DE TENSÃO SOBRE OS CAPACITORES Co



MULTIPLICAR Co E K1 POR α NÃO ALTERA Vo NEM Io

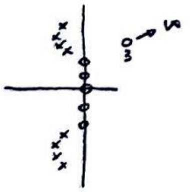
MULTIPLICAR K1 E DIVIDIR K2 POR β MANTÉM Io E MULTIPLICA Vo POR β

②

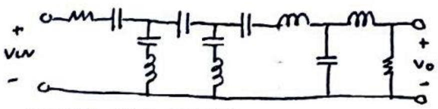


ZEROS: $0, \pm j\omega_1, \pm j\omega_2, \infty, \infty, \infty$ 8 ZEROS

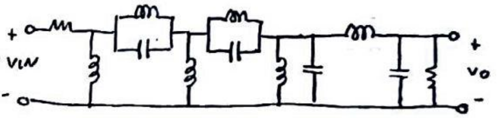
POLOS: 8, EM 4 PARES COMPLEXOS, GERAM 4 MÁXIMOS



A REALIZAÇÃO PODE SER UMA ESTRUTURA P.A. DE 5ª ORDEM JUNTO COM UMA P.B. DE 3ª.

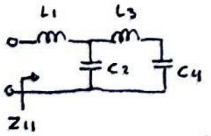


OU



NOTAR QUE DEVEM EXISTIR AO MENOS 4 INDUTORES E 4 CAPACITORES PARA REALIZAR 8 POLOS COMPLEXOS. AS ESTRUTURAS SÃO DE 10ª ORDEM COM 2 F.N. EM 0

③



$$Z_{11} = \frac{(s^2+1)(s^2+4)}{s(s^2+\omega_0^2)}$$

COM ω_0 ENTRE 1 E 2 PARA MANTER A ALTERNÂNCIA

EXPANDINDO NA 1ª FORMA DE CAUER

LIMITES PARA C_2:

$$\omega_0 = 1 \rightarrow \frac{1}{5-1} = \frac{1}{4}\,F$$

$$\omega_0 = 2 \rightarrow \frac{1}{5-4} = 1\,F$$

VALORES FORA DESTA FAIXA VIOLAM A ALTERNÂNCIA DE POLOS E ZEROS EM $j\omega$ DE Z_{11}

(L3 FICA NEGATIVO, E TALVEZ C4 TAMBÉM)

$$s^4 + 5s^2 + 4 \;\big|\; s^3 + \omega_0^2 s$$

$$-s^4 - \omega_0^2 s^2 \qquad s \Rightarrow L_1 = 1\,H \text{ COMO PEDIDO}$$

$$s^3 + \omega_0^2 s \;\big|\; (5-\omega_0^2)s^2 + 4$$

$$\frac{1}{5-\omega_0^2}s \Rightarrow C_2 = \frac{1}{5-\omega_0^2}$$

$$\text{COM } C_2 = \frac{1+\frac{1}{4}}{2} = \frac{5}{8} = \frac{1}{5-\omega_0^2} \Rightarrow 5-\omega_0^2 = \frac{8}{5} \Rightarrow \omega_0^2 = 5 - \frac{8}{5} = \frac{17}{5}$$

$$s^4 + 5s^2 + 4 \;\big|\; s^3 + \frac{17}{5}s$$

$$-s^4 - \frac{17}{5}s^2 \qquad s$$

$$s^3 + \frac{17}{5}s \;\big|\; \frac{8}{5}s^2 + 4$$

$$-s^3 - \frac{20}{8}s \qquad \frac{5}{8}s$$

$$\frac{17}{5} - \frac{20}{8} = \frac{136-100}{40} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{8}{5}s^2 + 4 \;\big|\; \frac{9}{10}s$$

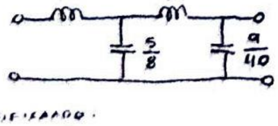
$$-\frac{8}{5}s^2 \qquad \frac{80}{45}s = \frac{16}{9}s$$

$$\frac{9}{10}s \;\big|\; 4$$

$$-\frac{9}{10}s \qquad \frac{9}{40}s$$

$$0$$

REALIZAÇÃO:



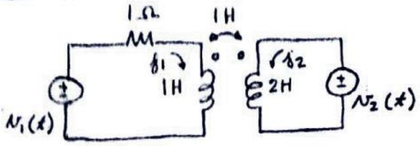
VERIFICANDO:

$$C(\infty) = \frac{\omega_0^2}{4} = \frac{17}{20}$$

$$\frac{5}{8} + \frac{9}{40} = \frac{25+9}{40} = \frac{34}{40} = \frac{17}{20}\ ✓$$

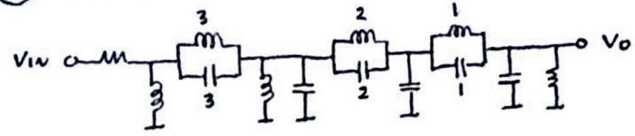
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2015 - SEGUNDA PROVA

① a) ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O CIRCUITO



b) MOSTRE COMO CALCULAR A SOLUÇÃO NO TEMPO USANDO O MÉTODO DOS TRAPÉZIOS

② DADA A ESTRUTURA DE UM FILTRO:



a) QUAL A ORDEM DE COMPLEXIDADE DA ESTRUTURA?

b) QUANTOS PÓLOS TEM A FUNÇÃO $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$? ONDE PODEM ESTAR?

c) ONDE ESTÃO OS ZEROS DE $\frac{V_o}{V_{IN}}(s)$?

d) DESENHE UM POSSÍVEL GRÁFICO DE $\left|\frac{V_o}{V_{IN}}(j\omega)\right|$, ASSUMINDO OSCILAÇÕES UNIFORMES NA BANDA PASSANTE

③ DADAS AS FUNÇÕES, IDENTIFIQUE QUAIS PODEM SER IMPEDÂNCIAS DE REDES PASSIVAS. ENCONTRE UMA REALIZAÇÃO NOS CASOS POSSÍVEIS

a) $Z(s) = \frac{s}{(s+1)(s+2)}$

b) $Z(s) = \frac{(s+1)}{s(s+2)}$

c) $Z(s) = \frac{s(s+1)}{(s+2)}$

d) $Z(s) = \frac{s(s+2)}{(s+1)}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2015 - SEGUNDA PROVA   25 ALUNOS

GABARITO

①

$$\begin{cases}\dfrac{dj_1}{dt}+\dfrac{dj_2}{dt}=v_1-j_1\\[2mm] \dfrac{dj_1}{dt}+2\dfrac{dj_2}{dt}=v_2\end{cases}\quad \text{OU}\quad \begin{bmatrix}1&1\\1&2\end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}j_1\\j_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&0\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}j_1\\j_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}$$

MULTIPLICANDO POR $[\Gamma]=\dfrac{1}{2-1}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}$: $\dfrac{d}{dt}\begin{bmatrix}j_1\\j_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2&0\\1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}j_1\\j_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}$

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix}-1&0\\0&0\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-2&0\\1&0\end{bmatrix}\end{array}\qquad \begin{array}{cc} & \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix} & \begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

POR TRAPÉZIOS:

$$\vec{x}(t_0+\Delta t)=\vec{x}(t_0)+\int_{t_0}^{t_0+\Delta t}\frac{dx}{dt}(t)\,dt$$

$$\vec{x}(t_0+\Delta t)\approx\vec{x}(t_0)+\frac{\Delta t}{2}\left(\frac{d\vec{x}}{dt}(t_0)+\frac{d\vec{x}}{dt}(t_0+\Delta t)\right)=\vec{x}(t_0)+\frac{\Delta t}{2}\Big([A]\vec{x}(t_0)+[B]\vec{u}(t_0)+$$
$$+[A]\vec{x}(t_0+\Delta t)+[B]\vec{u}(t_0+\Delta t)\Big)$$

$$\left([I]-\frac{\Delta t}{2}[A]\right)\vec{x}(t_0+\Delta t)=\left([I]+\frac{\Delta t}{2}[A]\right)\vec{x}(t_0)+\frac{\Delta t}{2}[B]\left(\vec{u}(t_0)+\vec{u}(t_0+\Delta t)\right)$$

NO CASO:

$$\begin{bmatrix}j_1\\j_2\end{bmatrix}(t_0+\Delta t)=\left(\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\frac{\Delta t}{2}\begin{bmatrix}-2&0\\1&0\end{bmatrix}\right)^{-1}\left(\left(\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}+\frac{\Delta t}{2}\begin{bmatrix}-2&0\\1&0\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}j_1\\j_2\end{bmatrix}(t_0)+\right.$$
$$\left.+\frac{\Delta t}{2}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1(t_0)+v_1(t_0+\Delta t)\\v_2(t_0)+v_2(t_0+\Delta t)\end{bmatrix}\right)$$

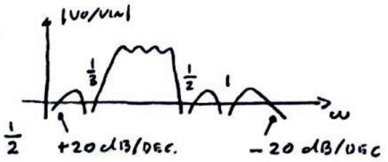
PARTE-SE DE $j_1(0)$ E $j_2(0)$
Δt PODE SER VARIÁVEL. SE FOR FIXO
A MATRIZ SÓ PRECISA SER INVERTIDA UMA VEZ

② a) 11 − 2 CICLOS CAPACITIVOS = 9, COM 1 F.N. EM 0

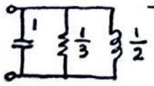
b) 8 PÓLOS NO SPLE. A F.N. EM 0 NÃO É PÓLO

c) $0,\ \pm\frac{1}{3}j,\ \infty,\ \pm\frac{1}{2}j,\ \pm j$ 8 ZEROS

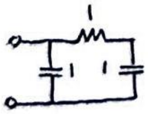
c)



③ a) $Y=\dfrac{s^2+3s+2}{s}=s+3+\dfrac{2}{s}$ É RLC



b) É RC $Z=\dfrac{s+1}{s^2+2s}$



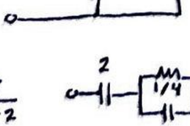
$$\begin{array}{l|l} s^2+2s & s+1\\ -s^2-s & s\\ \hline s+1 & s\\ -s & 1\\ \hline s & 1\\ -s & s\\ \hline 0 & \end{array}$$

c) PÓLOS E ZEROS NÃO ALTERNADOS NO SERN
NÃO É RC NEM RL
EXTRAINDO O PÓLO NO ∞ PARA VER O QUE RESTA:

$$Z'=\frac{s^2+1}{s+2}-s=\frac{s^2+1-s^2-2s}{s+2}=\frac{-s}{s+2}$$

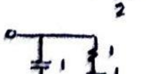
NÃO É IMPEDÂNCIA

d) É RL $Z=\dfrac{s^2+2s}{s+1}$



OUTRAS SOLUÇÕES:

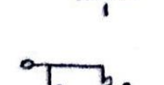
b) $Z=\dfrac{K_0}{s}+\dfrac{K_1}{s+2}=\dfrac{\frac{1}{2}}{s}+\dfrac{\frac{1}{2}}{s+2}$



$Y=K_\infty s+\dfrac{K_1 s}{s+1}=s+\dfrac{s}{s+1}$

IGUAL À PRIMEIRA

d) $Z=K_\infty s+\dfrac{K_1 s}{s+1}=s+\dfrac{s}{s+1}$

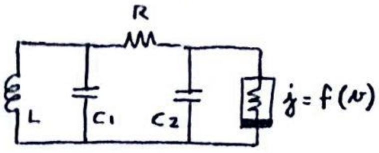


É IGUAL À ANTERIOR

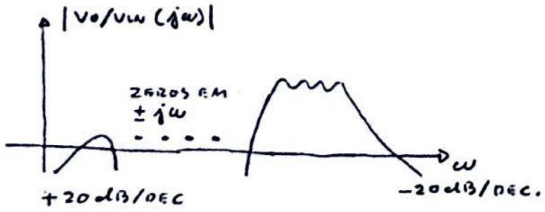
$Y=\dfrac{K_0}{s}+\dfrac{K_1}{s+2}=\dfrac{\frac{1}{2}}{s}+\dfrac{\frac{1}{2}}{s+2}$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2016 - SEGUNDA PROVA

① PARA O CIRCUITO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO E MOSTRE COMO OBTER A SOLUÇÃO NO TEMPO USANDO O MÉTODO "FORWARD" DE EULER. (É O OSCILADOR CAÓTICO DE CHUA, COM f APROPRIADA)



② O FILTRO ABAIXO TEM UMA BANDA PASSANTE COM "RIPPLE" UNIFORME, COM 4 MÁXIMOS, E O COMPORTAMENTO MOSTRADO EM ALTA E BAIXA FREQUÊNCIAS



a) QUAL A MÍNIMA ORDEM PARA O FILTRO?

b) QUANTOS PARES DE ZEROS NO EIXO $j\omega$ PODEM EXISTIR, SUPONDO ORDEM MÍNIMA?

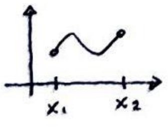
c) DESENHE DUAS POSSÍVEIS ESTRUTURAS PARA O FILTRO, NAS FORMAS LC COM TERMINAÇÃO NA ENTRADA E NA SAÍDA. IDENTIFICANDO OS ELEMENTOS QUE FORMAM ZEROS E MOSTRANDO QUE EXISTEM ELEMENTOS SUFICIENTES PARA LOCALIZAR POLOS E ZEROS

③ DESEJA-SE REALIZAR A IMPEDÂNCIA $Z(s) = \dfrac{s(s^2+x)}{(s^2+1)(s^2+4)}$ COM UMA REDE PASSIVA.

a) DE QUE TIPO É?

b) QUAIS OS LIMITES PARA X PARA REALIZAÇÃO POSSÍVEL?

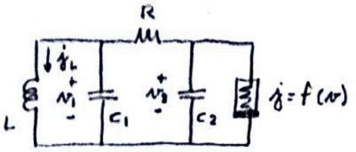
c) DESENHE A ESTRUTURA NA 1ª FORMA DE FOSTER E PLOTE OS VALORES DOS ELEMENTOS EM FUNÇÃO DE X



29 ALUNOS

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2016 - SEGUNDA PROVA - GABARITO

①



$$L\frac{dj_L}{dt} = v_1$$

$$C_1\frac{dv_1}{dt} = -j_L + \frac{v_2 - v_1}{R}$$

$$C_2\frac{dv_2}{dt} = \frac{v_1 - v_2}{R} - f(v_2)$$

$$\therefore \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} j_L \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_1}{L} \\ -\frac{j_L}{C_1} - \frac{v_1}{RC_1} + \frac{v_2}{RC_1} \\ \frac{v_1}{RC_2} - \frac{v_2}{RC_2} - \frac{1}{C_2} f(v_2) \end{bmatrix}$$

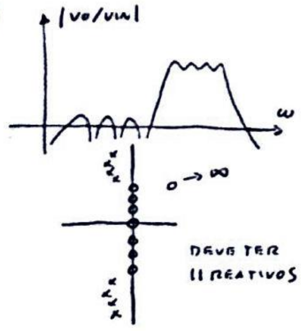
O SISTEMA ESTÁ NA FORMA $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}(\vec{x})$, SEM ENTRADAS

USANDO O MÉTODO F.E.:

$$\vec{x}(t_0 + \Delta t) \simeq \vec{x}(t_0) + \Delta t\,\vec{F}(\vec{x}(t_0))$$

(FAZER COM B.E. DÁ UM SISTEMA NÃO LINEAR A RESOLVER)

②

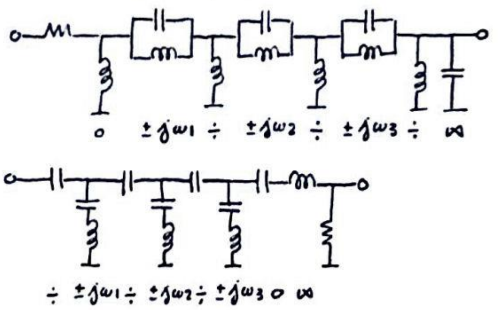


DEVE TER 11 REATIVOS

a) 4 RESSONÂNCIAS -> 8 POLOS EM 4 PARES COMPLEXOS -> ORDEM 8

b) TEM ZEROS EM 0 E ∞, SIMPLES. FALTAM 6 -> 3 PARES EM $\pm j\omega$

c)



USADAS ESTRUTURAS TIPO PASSA-ALTAS COM UM ELEMENTO EXTRA PARA FAZER O ZERO NO ∞

AS DUAS TÊM 11 REATIVOS, MAIS DE 4 L E C PARA FAZER OS POLOS COMPLEXOS, E 3 F.N. EM 0 EXTRA, ALÉM DAS 8 QUE SÃO POLOS.

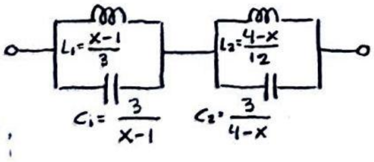
③ a) É LC DEVIDO AOS POLOS E ZEROS EM PARES CONJUGADOS EM $j\omega$ E EM 0

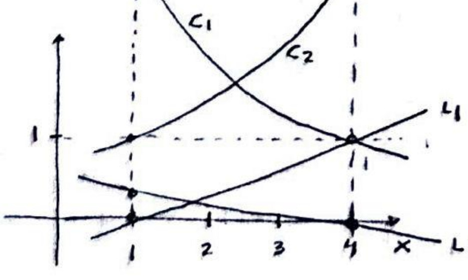
b) $1 < x < 4$ PARA ALTERNÂNCIA DE POLOS E ZEROS

c) EXPANDINDO Z(s) EM FRAÇÕES PARCIAIS:

$$Z(s) = \frac{s(s^2+x)}{(s^2+1)(s^2+4)} = \frac{2K_1 s}{s^2+1} + \frac{2K_2 s}{s^2+4} \qquad 2K_1 = \left.\frac{s^2+x}{s^2+4}\right|_{s^2=-1} = \frac{x-1}{3} \qquad 2K_2 = \left.\frac{s^2+x}{s^2+1}\right|_{s^2=-4} = \frac{4-x}{3}$$

$$Z(s) = \frac{\frac{x-1}{3}s}{s^2+1} + \frac{\frac{4-x}{3}s}{s^2+4}$$





EXISTE UMA SOLUÇÃO COM $C_1 = C_2$

$$\frac{3}{x-1} = \frac{3}{4-x} \quad \therefore x-1 = 4-x \quad \therefore 2x = 5 \quad \therefore x = \frac{5}{2}$$

$$C_1 = C_2 = \frac{3}{\frac{5}{2}-1} = 2 \qquad L_1 = \frac{\frac{5}{2}-1}{3} = \frac{1}{2} \qquad L_2 = \frac{4-\frac{5}{2}}{12} = \frac{1}{8}$$

NOS LIMITES:

$x = 1 \to L_1 = 0,\ C_1 = \infty,\ L_2 = \frac{1}{4},\ C_2 = 1$

$x = 4 \to L_1 = 1,\ C_1 = 1,\ L_2 = 0,\ C_2 = \infty$

OS VALORES SÓ SÃO TODOS POSITIVOS PARA $1 < x < 4$, COMO PREVISTO.

EXISTE UMA SOLUÇÃO COM $L_1 = L_2$:

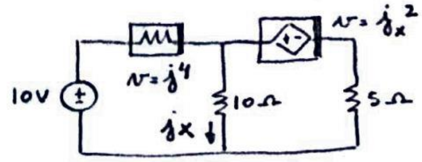
$$\frac{x-1}{3} = \frac{4-x}{12} \quad \therefore 4x-4 = 4-x \quad \therefore 5x = 8$$

$$\therefore x = \frac{8}{5} \to L_1 = \frac{\frac{8}{5}-1}{3} = \frac{1}{5} \quad L_2 = \frac{4-\frac{8}{5}}{12} = \frac{1}{5}$$

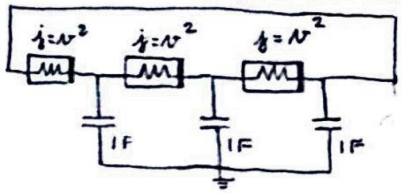
$$C_1 = \frac{3}{\frac{8}{5}-1} = 5 \qquad C_2 = \frac{3}{4-\frac{8}{5}} = \frac{5}{4}$$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2016 - SEGUNDA PROVA

① PARA O CIRCUITO ABAIXO, ESCREVA O SISTEMA DE MALHAS QUE CALCULA A PRÓXIMA APROXIMAÇÃO DA SOLUÇÃO PELO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON



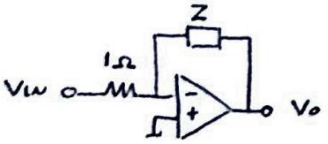
② PARA O CIRCUITO, ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO



QUAL SERIA UMA FORMA SIMPLES DE RESOLVER O SISTEMA NO TEMPO?

③ DESEJA-SE CONSTRUIR UM FILTRO COM $\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = -\frac{5s(s^2+3)}{(s^2+1)(s^2+5)}$

COM A ESTRUTURA:

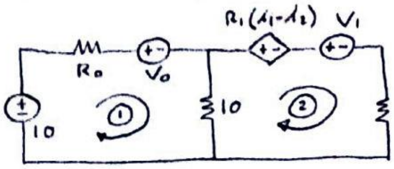


PROJETE A REDE Z

PLOTE $\left|\frac{V_o}{V_{IN}}(j\omega)\right|$

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 2º SEMESTRE DE 2016 - SEGUNDA PROVA - GABARITO 17 ALUNOS

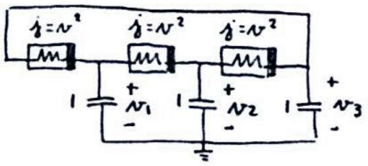
① MODELO LINEARIZADO:



$$\begin{bmatrix} 10+R_0 & -10 \\ -10+R_1 & 15-R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1m+1} \\ i_{2m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10-V_0 \\ -V_1 \end{bmatrix}$$

$R_0 = 4 i_{1M}^3 \quad V_0 = i_{1M}^4 - R_0 i_{1M} = -3 i_{1M}^4 \quad R_1 = 2(i_{1M}-i_{2M}) \quad V_1 = (i_{1M}-i_{2M})^2 - R_1(i_{1M}-i_{2M}) = -(i_{1M}-i_{2M})^2$

②



$$\frac{dv_1}{dt} = (v_3-v_1)^2 - (v_1-v_2)^2$$

$$\frac{dv_2}{dt} = (v_1-v_2)^2 - (v_2-v_3)^2$$

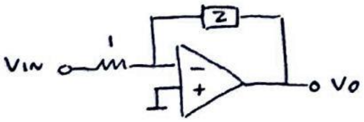
$$\frac{dv_3}{dt} = (v_2-v_3)^2 - (v_3-v_1)^2$$

ESTÁ NA FORMA $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}(\vec{x})$ PODE-SE USAR O MÉTODO FORWARD DE EULER, COM

$\vec{x}(t_0+\Delta t) \approx \vec{x}(t_0) + \Delta t\,\vec{F}(\vec{x}(t_0))$

OU PODE-SE USAR O MÉTODO DOS TRAPÉZIOS COMO CORRETOR: $\vec{x}(t_0+\Delta t) \approx \vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}\left(\vec{F}(\vec{x}(t_0)) + \vec{F}(\underline{\vec{x}(t_0+\Delta t)})\right)$, CALCULANDO O ÚLTIMO TERMO COM A FÓRMULA F.E., USADA COMO PREDITOR

③

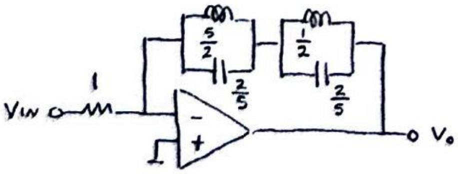


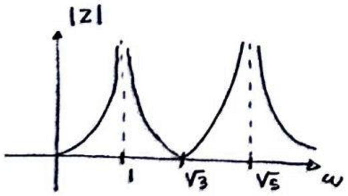
$$\frac{V_o}{V_{IN}}(s) = \frac{-Z(s)}{1} = -\frac{5s(s^2+3)}{(s^2+1)(s^2+5)}$$

$$Z(s) = \frac{5s(s^2+3)}{(s^2+1)(s^2+5)} = \frac{2K_1 s}{s^2+1} + \frac{2K_2 s}{s^2+5}$$ IMPEDÂNCIA LC, NA 1ª FORMA DE FOSTER

$$2K_1 = \left(\frac{s^2+1}{s}\right) Z(s)\Big|_{s^2=-1} = \frac{5(-1+3)}{-1+5} = \frac{5}{2} \qquad 2K_2 = \left(\frac{s^2+5}{s}\right) Z(s)\Big|_{s^2=-5} = \frac{5(-5+3)}{-5+1} = \frac{5}{2}$$

$$Z(s) = \frac{\frac{5}{2}s}{s^2+1} + \frac{\frac{5}{2}s}{s^2+5}$$





HÁ OUTRAS POSSIBILIDADES:

CAUER 1

$s^4 + 6s^2 + 5 \;\big|\; 5s^3 + 15s$

$-s^4 - 3s^2 \qquad \frac{1}{5}s$

$5s^3 + 15s \;\big|\; 3s^2 + 5$

$-5s^3 - \frac{25}{3}s \qquad \frac{5}{3}s$

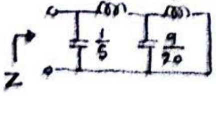
$3s^2 + 5 \;\big|\; \frac{20}{3}s$

$-3s^2 \qquad \frac{9}{20}s$

$\frac{20}{3}s \;\big|\; 5$

$-\frac{20}{3}s \qquad \frac{4}{3}s$

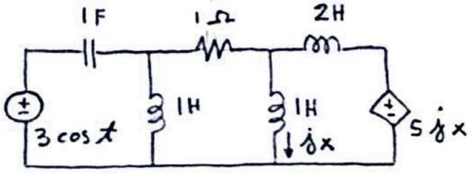
0



23 ALUNOS

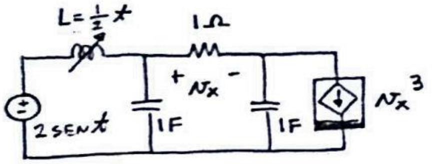
CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2017 - SEGUNDA PROVA

① ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES QUE CALCULE IMEDIATAMENTE AS CORRENTES NOS TRÊS INDUTORES, NO ESTADO PERMANENTE SENOIDAL



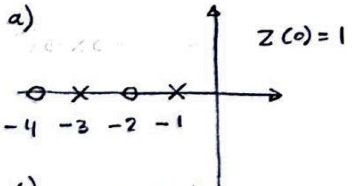
RESOLVA PARA $j_x(t)$

② ESCREVA UM SISTEMA DE EQUAÇÕES DE ESTADO PARA O CIRCUITO, USANDO CARGAS E FLUXOS

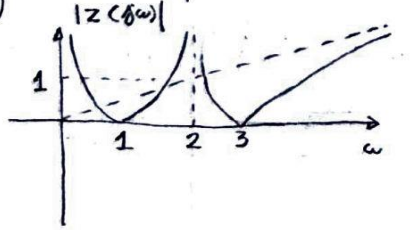


③ PARA AS FUNÇÕES DE "s" ABAIXO, MOSTRE QUE PODEM SER IMPEDÂNCIAS DE REDES PASSIVAS, E ACHE DUAS REALIZAÇÕES DIFERENTES PARA CADA UMA.

a)



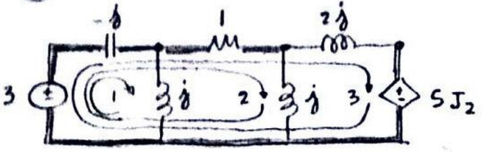
b)



23 ALUNOS

CIRCUITOS ELÉTRICOS II - 1º SEMESTRE DE 2017 - SEGUNDA PROVA - GABARITO

① BASTA FAZER UM SISTEMA DE CICLOS COM OS INDUTORES NOS ELOS DA ÁRVORE



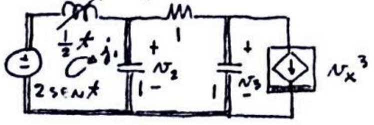
$$\begin{bmatrix} -j+j & -j & -j \\ -j & -j+j+1 & -j+1 \\ -j & -j+1 & -j+2j+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3-5J_2 \end{bmatrix}$$

SIMPLIFICANDO:

$$\begin{bmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 1 & -j+1 \\ -j & -j+6 & j+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \quad J_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 3 & -j \\ -j & 3 & -j+1 \\ -j & 3 & j+1 \end{vmatrix}}{\cancel{1}+j+6+j\cancel{+1}+j+1} = \frac{\cancel{-3}-3\cancel{j}-3+\cancel{3}-3+3\cancel{j}}{-5+3j} = \frac{-6}{-5+3j}$$

$$J_2 = \frac{-6(-5-3j)}{25+9} = \frac{30}{34} + \frac{18}{34}j \qquad j_2(t) = jx(t) = \frac{30}{34}\cos t - \frac{18}{34}\,\text{sen}\,t$$

②



$\phi_1 = \frac{1}{2}t\,j_1$

1) $\frac{d\phi_1}{dt} = 2\,\text{sen}\,t - v_2$

2) $\frac{dq_2}{dt} = j_1 + \frac{v_3 - v_2}{1}$

3) $\frac{dq_3}{dt} = \frac{v_2 - v_3}{1} - (v_2 - v_3)^3$

MAS:

$v_2 = \frac{q_2}{C_2} \quad v_3 = \frac{q_3}{C_3}$

$j_1 = \frac{2\phi_1}{t}$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \phi_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\,\text{sen}\,t - q_2 \\ \frac{2\phi_1}{t} - q_2 + q_3 \\ q_2 - q_3 - (q_2 - q_3)^3 \end{bmatrix}$$

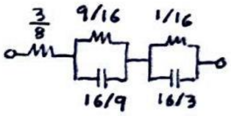
③ a) $Z(s) = K\frac{(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)}$ É IMPEDÂNCIA RC, DEVIDO À ALTERNÂNCIA DE POLOS E ZEROS

PARA $Z(\infty) = 1$, $K\frac{8}{3} = 1 \therefore K = \frac{3}{8}$

1ª FORMA DE FOSTER: $Z = \frac{K_1 = \frac{9}{16}}{s+1} + \frac{K_2 = \frac{3}{16}}{s+3} + K_\infty = \frac{3}{8}$

$K_\infty = Z(\infty) = \frac{3}{8} \quad K_1 = (s+1)Z(s)\Big|_{s=-1} = \frac{3}{8}\frac{(-1+2)(-1+4)}{-1+3} = \frac{3}{8}\frac{3}{2} = \frac{9}{16}$

$K_2 = (s+3)Z(s)\Big|_{s=-3} = \frac{3}{8}\frac{(-3+2)(-3+4)}{-3+1} = \frac{3}{8}\frac{1}{2} = \frac{3}{16}$



VERIFICADO: $\frac{3}{8} + \frac{9}{16} + \frac{1}{16} = 1$

1ª FORMA DE CAUER: $Z = \frac{3}{8}\frac{s^2+6s+8}{s^2+4s+3}$ PODE-SE ESCALAR IMPEDÂNCIA DEPOIS:

$s^2+6s+8 \;\big|\; s^2+4s+3$

$-s^2-4s-3 \qquad 1$

$s^2+4s+3 \;\big|\; 2s+5$

$-s^2-\frac{5}{2}s \qquad \frac{1}{2}s$

$2s+5 \;\big|\; \frac{3}{2}s+3$

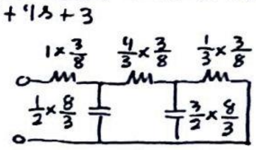
$-2s-4 \qquad \frac{4}{3}$

$\frac{3}{2}s+3 \;\big|\; 1$

$-\frac{3}{2}s \qquad \frac{3}{2}s$

$1 \;\big|\; 3$

$\frac{-1}{0} \qquad \frac{1}{3}$

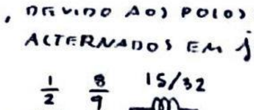


VERIFICADO: $\frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = 1$

b) $Z(s) = \frac{K(s^2+1)(s^2+9)}{s(s^2+4)}$, $K = \frac{1}{2}$ É Z_{LC}, DEVIDO AOS POLOS E ZEROS ALTERNADOS EM $j\omega$

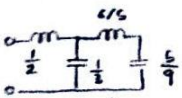
1ª FORMA DE FOSTER: $Z(s) = K_\infty s + \frac{K_0}{s} + \frac{2K_1 s}{s^2+4}$

$K_\infty = \frac{1}{2}$, $K_0 = \frac{9}{8}$, $2K_1 = \frac{\frac{1}{2}(-4+1)(-4+9)}{-4} = \frac{15}{8}$

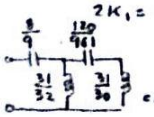


2ª FORMA DE FOSTER: $Y(s) = \frac{2K_1 s}{s^2+1}^{=\frac{3}{4}} + \frac{2K_2 s}{s^2+9}^{=\frac{3}{4}}$

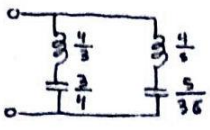
$2K_1 = \frac{-1+4}{\frac{1}{2}(-1+9)} = \frac{3}{4} \qquad 2K_2 = \frac{-9+4}{\frac{1}{2}(-9+1)} = \frac{5}{4}$



CAUER 1



CAUER 2



VERIFICADO

$\frac{1}{\frac{3}{4}+\frac{2}{4}} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} + \frac{5}{36} = \frac{8}{9}$