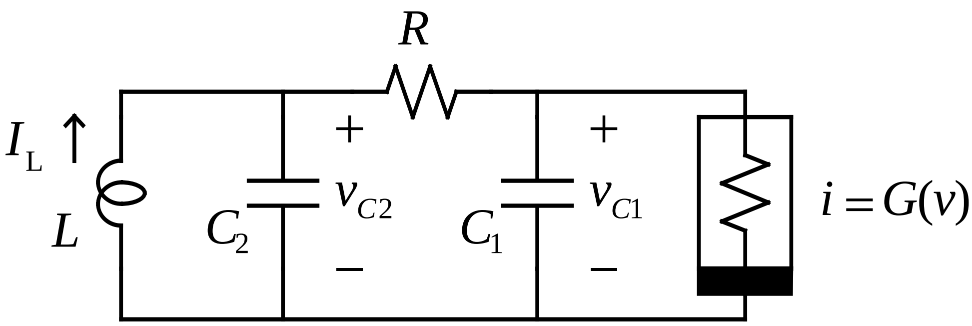
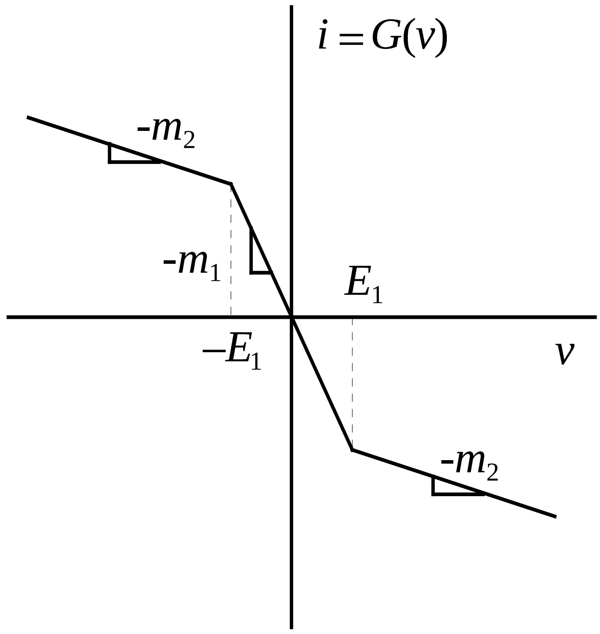
Circuitos Elétricos I – 2º. semestre de 2005 – Trabalho

Escrever um programa que simule o Circuito de Chua usando equações de estado.

O “Circuito de Chua” é um dos mais simples circuitos que exibem comportamento caótico:



O resistor não linear tem a característica:



As equações de estado que descrevem o circuito são:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} v_{C2}(t)$$

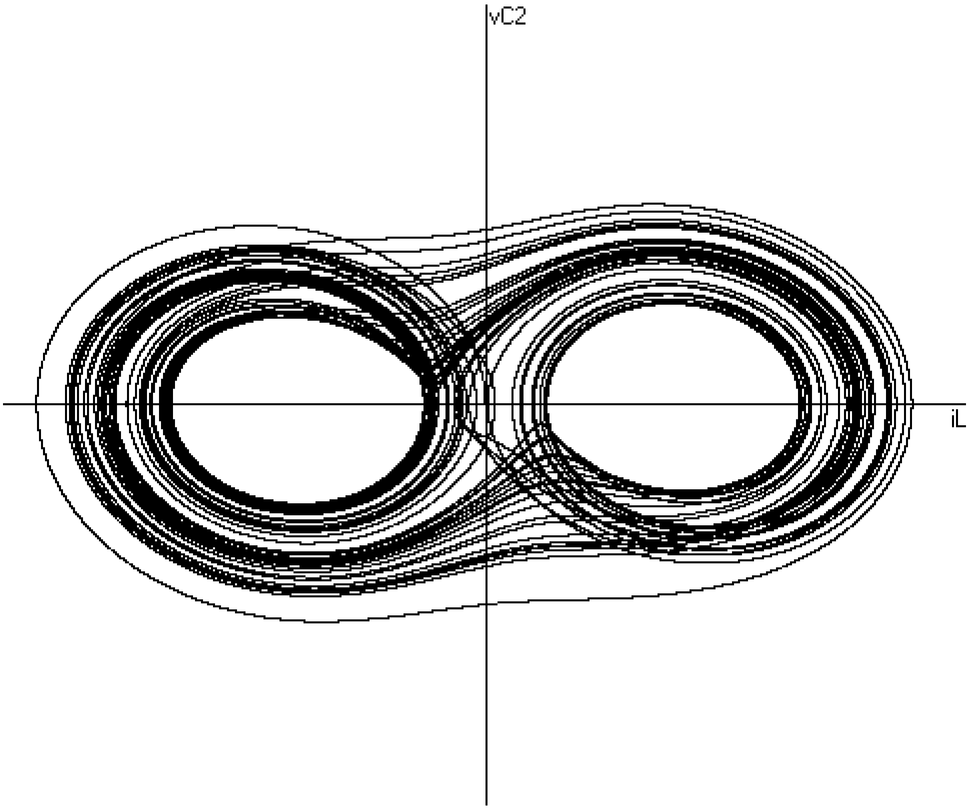
$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1}\left(\frac{v_{C2}(t) - v_{C1}(t)}{R} - G(v_{C1}(t))\right)$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{C_2}\left(\frac{v_{C1}(t) - v_{C2}(t)}{R} + i_L(t)\right)$$

Onde o resistor não linear é definido por:

$$G(v) = \begin{cases} -m_2 v - m_2 E_1 + m_1 E_1 & \text{se } v < -E_1 \\ -m_1 v & \text{se } -E_1 \le v \le E_1 \\ -m_2 v + m_2 E_1 - m_1 E_1 & \text{se } v > E_1 \end{cases}$$

Com parâmetros adequadamente escolhidos, o comportamento do circuito produz formas de onda caóticas como:



O programa deve operar em uma interface gráfica, calculando e plotando a solução do circuito no tempo, podendo plotar quaisquer das variáveis t, $i_L(t)$, $v_{C1}(t)$, $v_{C2}(t)$, umas contra as outras. Todos os parâmetros devem poder ser ajustados antes do início da plotagem.

O cálculo pode ser feito pelo método explícito de Euler:

$$\vec{x}(t_0+\Delta t) \approx \vec{x}(t_0) + \Delta t \frac{d\vec{x}}{dt}(t_0)$$

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C1}(t) \\ v_{C2}(t) \end{bmatrix}$$

Observando-se que como esse método não é muito preciso, o passo deve ser pequeno. Recomenda-se mais de 100 pontos por ciclo, ao menos. Esse número deve ser ajustável. Note-se que um ciclo da rede LC sozinha, com R = 0 em $G(v)$ = 0, demora $2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)}$ segundos, o que pode ser usado como estimativa do tempo para um ciclo. O número de ciclos a calcular deve ser ajustável também.

Possibilidades:

É interessante fazer um gráfico de $G(v)$.

Note-se que o circuito permite simular outros comportamentos, como:
Um ressonador LC, com R grande ou pequeno e $G(v)$=0. Útil para "debugar" o programa.
Um oscilador com limitador não linear, fazendo m_2 negativo e R pequeno.

É possível usar o método dos trapézios, muito mais preciso:

$$\vec{x}(t_0+\Delta t) \approx \vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{d\vec{x}}{dt}(t_0) + \frac{d\vec{x}}{dt}(t_0+\Delta t)\right)$$

Notando que $G(v)$ é linear por partes, dentro de um segmento qualquer pode-se colocar as equações de estado na forma linear:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = [A(t)]\vec{x}(t) + \vec{B}(t)u(t)$$

E assim:

$$\vec{x}(t_0+\Delta t) \approx$$
$$\approx \left[[I] - \frac{\Delta t}{2}[A(t_0+\Delta t)]\right]^{-1} \left[\vec{x}(t_0) + \frac{\Delta t}{2}[A(t_0)] + \frac{\Delta t}{2}\vec{B}(t_0)u(t_0) + \frac{\Delta t}{2}\vec{B}(t_0+\Delta t)u(t_0+\Delta t)\right]$$

A matriz $[A]$ e o vetor B podem ser usados com seus valores no segmento atual, e $u(t)=1$. Para maior precisão, pode-se conferir se o segmento se manteve, e se mudou, refazer o cálculo com $[A(t_o+\Delta t)]$ e $B(t_o+\Delta t)$ no novo segmento. Não deve fazer muita diferença.

É útil poder salvar os resultados da última análise como referência, para comprovar a alta sensibilidade de um sistema caótico a qualquer variação de seus parâmetros. Mínimas variações geram grandes mudanças nas formas de onda em poucos ciclos.

Deve ficar interessante plotar uma projeção em 2 dimensões da curva de 3 dimensões i_L x v_{C1} x v_{C2}, podendo variar os ângulos de projeção.

Última atualização: 3/11/2005

Antonio Carlos M. de Queiroz